Mit den folgenden Beispielen sollten Sie sich bis zur nächsten Übung auseinandersetzen. Sie dienen zur Vorbereitung auf den Test und werden - je nach Situation - entweder vollständig oder teilweise von ***Studierenden*** *vorgerechnet. Bedenken Sie die Möglichkeit,* ***selbst*** *eines der Beispiele vorzurechnen, um die nötige Mitarbeitsleistung zu erbringen.*

1. **Peter und Rolf - Episode 1: Das Wettschwimmen.** Die Zwillinge Peter und Rolf sind zwei *gleich schnelle* und ausdauernde Schwimmer. Sie schaffen beide die *Geschwindigkeit* von **1 ms^{-1}**. Sie wollen über einen Fluß schwimmen, der **100 m** breit, **10 m** tief und **16 °C** kalt ist, um ihr Boot zu erreichen. Der Fluss hat eine **(konstante) Fliessgeschwindigkeit von 80 cms^{-1}**.
Peter schwimmt *schräg flußaufwärts*, sodaß er den Fluß überquert, *ohne abgetrieben* zu werden. Er nimmt also den *kürzesten* Weg.
Rolf schwimmt immer *senkrecht zum Ufer*, wird dabei aber durch die Strömung *flußabwärts getrieben*.

a) Man berechne allgemein, wer von den beiden zuerst am anderen Ufer ankommt, wenn beide gleichzeitig losschwimmen. Beeinflußt die Bewegungskomponente *in Flußrichtung* die Schwimmzeit der beiden? Welche Anforderung muss die Fließgeschwindigkeit erfüllen, damit die Angabe einen Sinn macht?
b) Man berechne die Schwimmzeit der beiden mit den obigen Zahlenwerten.
(Lsg.: $t_{\text{Peter}} = 167$ s*;* $t_{\text{Rolf}} = 100$ s*)*

Hinweis: Es ist hilfreich, von beiden Schwimmern ein Geschwindigkeitsdiagramm zu zeichnen.

2. Gegeben ist der Vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Man berechne:

a) die *Länge* des Vektors $\vec{a}$; *(Lösung:* $\sqrt{14}$ *)*

b) die *Länge* der *Projektion* von $\vec{a}$ auf die *x,y-Ebene; (Lösung:* $\sqrt{10}$ *)*

c) einen *Vektor* $\vec{b}$ in der *x,y-Ebene*, welcher *senkrecht* zum Vektor $\vec{a}$ steht;

d) den *Einheitsvektor* von $\vec{b}$;

e) das *Skalarprodukt* von $\vec{a}$ mit dem Vektor $\vec{c} = (2,0,0)$; *(Lösung: 6)*

f) das *Vektorprodukt* $\vec{a} \times \vec{c}$ *(Lösung:* (0,4,-2)*).*

3. Gegeben sind drei Punkte im zweidimensionalen Raum:

$$\vec{P}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{P}_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{P}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

➔ Man berechne den *vierten Eckpunkt* des *Parallelogramms* $P_1P_2P_3P_4$, welches durch die Vektoren

$$\vec{a} = \overrightarrow{P_1P_2} \text{ und } \vec{b} = \overrightarrow{P_1P_4}$$

aufgespannt wird. *(Lösung: Die Lösung für den gesuchten Punkt lautet:* $\vec{P}_4 = (0,-6)$*)*

Bitte Seite wenden!

4. Zwei Schiffe (1) und (2) bewegen sich aufeinander zu. Mit Hilfe von Geschwindigkeitsmessung und Kompass werden folgende *Geschwindigkeitsvektoren* bestimmt:

$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ n.m.h^{-1}, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ n.m.h^{-1}. (1 n.m. = 1 nautische Meile = 1,852 km)

Durch Peilung um 12:30 Uhr wird auch ihre *Position* ermittelt:

$\vec{r}_1(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ n.m. $\vec{r}_2(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ n.m.

a) Der Vektor $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ gibt die *Lage* des Schiffs (2) relativ zum Schiff (1) an. Man bestimme ihn als *Funktion der Zeit*.

b) Wann und wo haben die beiden Schiffe den geringsten *Abstand* voneinander?

(Lösung: ca. 1 h 9 min *nach* 12:30 *Uhr, d. i. um* 13:39 *Uhr. Schiff (1) ist bei* $\begin{pmatrix} -0{,}69 \\ 0 \end{pmatrix}$ n.m., *Schiff (2) bei* $\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}46 \end{pmatrix}$ n.m. *Relativabstand:* $\left|\begin{pmatrix} 0{,}69 \\ 0{,}46 \end{pmatrix}\right|$ n m.*)*

c) Wird der Sicherheitsabstand von 1 n.m. unterschritten?

Hinweise: Wir vernachlässigen die Erdkrümmung, sodass wir ein zweidimensionales, ebenes Problem erhalten. Es ist ratsam, den Zeitpunkt der Peilung möglichst einfach zu wählen (z. B.: $t = 0$ h*; t ist dann die Zeit in Stunden nach* 12:30 *Uhr. Es gibt prinzipiell verschiedene Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen, die sich im Rechenaufwand unterscheiden.*

5. **Numerische Berechnungen, Einheiten und Dimensionen.** Nach längerer Rechnung erhält ein Physiker für die Grundzustandsbindungsenergie E_0 des Wasserstoffatoms den Ausdruck

$E_0 = -\dfrac{e^3 m_e}{8h^2\varepsilon_0^2}$, wobei

$e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C die Elementarladung des Elektrons,
$m_e = 9{,}1096 \cdot 10^{-31}$ kg die Elektronenmasse,
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js das Plancksche Wirkungsquantum und
$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ AsV^{-1}m^{-1} die Dielektrizitätskonstante sind.

a) Man überprüfe mittels einer Dimensionsbetrachtung, ob der Physiker richtig gerechnet hat. Man Beachte: 1 C = 1 As, 1 J = 1 VAs, 1 J = 1kgm^{2}s^{-2}.

b) Der numerische Wert von E_0 beträgt 2,18 10^{-18} J. Wandeln Sie diesen einmal ohne Taschenrechner (abschätzen) und einmal mit Taschenrechner (Genauigkeit: 2 Dezimalen) in **eV** (Elektronenvolt) um! (1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J).

6. **Navigationssystem:** Ein GPS-Navigationssystem erlaubt die Eingabe von Positionen auf der Karte in **Längen- und Breitengraden**. Diese können mit einer maximalen Genauigkeit von **Bogensekunden** angegeben werden.

a) Wo weisen diese Positionsangaben die **maximale Ungenauigkeit in Metern** auf und wie groß ist diese? Warum ist die Ungenauigkeit **ortsabhängig**? *(Lösung: ca. 30 m sowohl in N/S als auch in O/W-Richtung)*

b) Sie befinden sich an einer Position mit den GPS-Koordinaten des **Breitengrades** von **48° 7' 13" nördlicher Breite** und des **Längengrades** von **16° 19' 30"**. Bestimmen Sie die Komponenten des Radiusvektors dieses Ortes in einem rechtshändigen kartesischen Koordinatensystem unter der Annahme, dass die Erde vollkommen kugelförmig ist.

Hinweis: Für den Erdradius verwende man einen Wert von 6300 km; Die x-Koordinate des kartesischen Koordinatensystems liege in der Ebene des Nullmeridians.