1. **Ein einfaches Planetensystem:** Zwei Planeten umkreisen ihr Zentralgestirn auf kreisförmigen Bahnen. Der **innere** mit der **Winkelgeschwindigkeit** ω_1 am **Bahnradius** r_1 der **äußere mit** ω_2 auf r_2. Bestimmen Sie

a) Die Entfernung der beiden Planeten in **Konjunktion** (geringste Distanz) und **Opposition** (größte Distanz).

b) Die Entfernung der beiden Planeten $|\vec{r}_{12}|$ **zu jedem beliebigen Zeitpunkt** t.

(Lösung: $|\vec{r}_{12}| = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot cos(\omega_1 - \omega_2) \cdot t}$ *)*

Der **zeitliche Nullpunkt** werde in den **Zeitpunkt der Konjunktion** gelegt. Bestimmen Sie für beide Fälle, $\omega_1 > \omega_2$ und $\omega_1 < \omega_2$ allgemein

c) Die **Zeitpunkte** t_n **für die** n**-te Konjunktion bzw. Opposition** (n = 0 bezeichne den Startzeitpunkt, d. h. $t_0 = 0$). *(Lösung:* $\omega_1 - \omega_2 > 0 : t_n = \frac{n \cdot \pi}{\omega_1 - \omega_2}$ *; die Lösung für* $\omega_1 - \omega_2 < 0$ *ist analog zu ermitteln)*

d) Liefern Sie eine mathematische Begründung, dass für n **= 0, 2, 4, … Konjunktionen** und für n **= 1, 3, 5, … Oppositionen** sowohl für $\omega_1 > \omega_2$ als auch für $\omega_1 < \omega_2$ vorliegen.

2. **Abschätzen einer alltäglichen Verkehrssituation.** Ein PKW fährt auf einer Bundesstraße mit konstantem Sicherheitsabstand d **= 40 m** hinter einem LKW (l **= 25 m**) mit der konstanten Geschwindigkeit von **80 kmh^{-1}** her. Als der PKW-Fahrer eine **300 m** lange freie Strecke einsehen kann, setzt er zum Überholen an. Dabei beschleunigt er mit a **= 1,3 ms^{-2}** bis auf v **= 100 kmh^{-1}**.

a) Bevor Sie rechnen, schätzen Sie ab: schafft er das Überholen gefahrlos?

b) Wie lange sind Überholzeit und Überholweg, wenn auch beim Wiedereinordnen der Sicherheitsabstand von **40 m** eingehalten werden soll? *(Lösung:* $t_Ü$ = 21 s*;* 573 m*)*

c) Man zeichne ein $s(t)$- und ein $v(t)$-Diagramm.

3. **Peter und Rolf am Flughafen.** Peter und Rolf sind auf dem Weg zu ihrem Flugsteig. Beide gehen mit der **gleichen Geschwindigkeit** ($v_R = v_P$), bis sie bei einem **Laufband** der Länge L ankommen. Der sportliche Peter will den vollen Weg zu Fuß gehen, während Rolf das Laufband benutzt. Auf dem Laufband **geht Rolf immer noch mit der ursprünglichen Geschwindigkeit weiter**.
Auch Peter **behält seine Geschwindigkeit zunächst bei**, bis er bemerkt, dass **direkt am Beginn des Laufbandes** ein Passant gestürzt ist. Er dreht sich rasch um und läuft mit der **doppelten Geschwindigkeit** zurück, um Hilfe zu leisten.
Am Anfang des Laufbandes angekommen, sieht Peter, dass Rolf das **Ende des Laufbandes** erreicht hat.

a) Man fertige eine **Situationsskizze** an und formuliere die oben gegebenen Beziehungen zwischen den einzelnen Geschwindigkeiten mathematisch. Weiters definiere man die Bezugssysteme des Problems.

b) Man berechne zunächst **Peters Umkehrposition** x_U, **bezogen auf die Länge** L **des Laufbandes** für eine **beliebige Geschwindigkeit** v_L **des Laufbandes**.

c) Man berechne die Umkehrposition x_U für $v_L = v_R$ *(Lösung:* $x_U = L/3$*)*.

Hinweis: Die Zeit, welche Peter zum Umdrehen und zum Zurückschauen benötigt, ist vernachlässigbar

Bitte Seite wenden!

4. **a)** Ein **Auto** fährt mit einer Geschwindigkeit von **100 kmh^{-1}** gegen einen Baum.

➔ Aus welcher Höhe müßte es fallen, um mit derselben Geschwindigkeit auf dem Boden aufzuschlagen? *(Lösung:* 39,33 m*)*.

b) Ein **Aufzug** bewegt sich mit einer Beschleunigung von **1,6 ms^{-2}** abwärts. Die Abdeckung der Deckenbeleuchtung fällt auf den **3 m** tieferen Boden. In dem Augenblick, in dem sie zu fallen beginnt, bemerkt ein Passagier, daß die Abdeckung seinen Fuß treffen wird.

➔ Wie lange hat er Zeit, um seinen Fuß aus der Fallstrecke zu bekommen? *(Lösung:* 0,85 s*)*

5. Ein Ball soll vom Punkt $\boldsymbol{P_0}$ ($\boldsymbol{x_0 = 0}$, $\boldsymbol{y_0 = 0}$) unter dem Winkel $\boldsymbol{\alpha_0 = 45°}$ zur Horizontalen schräg nach oben geworfen werden.

a) Stellen Sie die **Bahngleichung** $\boldsymbol{y(x)}$ auf!
b) Wie groß muß die **Abwurfgeschwindigkeit** $\boldsymbol{v_0}$ sein, wenn der Punkt $\boldsymbol{P_1}$ ($\boldsymbol{x_1 = 6{,}0}$ **m**, $\boldsymbol{y_1 = 1{,}5}$ **m**) erreicht werden soll? *(Lösung:* 8,86 ms^{-1}*)*
c) Welcher **Winkel** $\boldsymbol{\alpha_0'}$ und welche **Abwurfgeschwindigkeit** $\boldsymbol{v_0'}$ müssen gewählt werden, wenn der Ball in **horizontaler Richtung in** $\boldsymbol{P_1}$ einlaufen soll (P_1 ... Scheitelpunkt)? *(Lösung:* 26,57°, 12,13 ms^{-1}*)*

6. Eine **Weitspringerin** läuft mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_{Anlauf} = 18}$ **kmh^{-1}** zum Absprungpunkt. Dort springt sie mit der Kraft $\boldsymbol{F_{Absprung} = 1000}$ **N** ab. Der Absprungvorgang soll in der Zeit $\boldsymbol{dt_{Absprung} = 0{,}2}$ **s** erfolgen. Die Masse der Läuferin beträgt $\boldsymbol{m = 57}$ **kg**, ihr Körperschwerpunkt liege bei $\boldsymbol{h = 1}$ **m** über dem Boden.

a) Man bestimme die **resultierende Gesamtgeschwindigkeit** $\vec{v}_{resultierend}$ beim Absprung.
(Lösung: $v_x = 5$ ms^{-1}, $v_y = 3{,}5$ ms^{-1})
b) Berechnen Sie den **Absprungwinkel** α. *(Lösung:* 35°*)*
c) Wie lange beträgt die **Flugzeit** $\boldsymbol{t}$? *(Lösung:* 0,9 s*)*
d) Wie weit springt die Springerin (Körperschwerpunkt)? *(Lösung:* 4,7 m*)*

Hinweis: Nehmen Sie an, daß die Absprungkraft senkrecht wirkt. Die Sprungweite ergibt sich aus dem Abstand vom Absprungpunkt bis zu jenem Punkt, an dem der Körperschwerpunkt den Boden erreicht.