Institut f. Angewandte Physik

UE Grundlagen der Physik IIb SS 2019

1. Übung am 16. 5. 2019

1.1 Gegeben ist das elektromagnetische Feld im freien Raum:

$E_x = 0 \quad E_y = E_0 \sin(\omega t - kx) \quad E_z = 0$

$B_x = 0 \quad B_y = 0 \quad B_z = (E_0/c) \sin(\omega t - kx)$

a) Zeigen sie, dass dieses Feld den Maxwell-Gleichungen im ladungsfreien Raum entspricht, wenn eine bestimmte Beziehung zwischen ω und k gilt.
b) Es seien $\omega = 10^{10}\,s^{-1}$ und $E_0 = 1{,}5$ kV/m. Wie groß ist dann die Wellenlänge?
c) Berechnen sie dann die mittlere Energiedichte (in einem Volumen groß gegenüber der Wellenlänge), den Poynting-Vektor und die Energiestromdichte.
(2 Pkt)

1.2 Das elektrische Feld einer elektromagnetischen Welle sei gegeben durch
$\vec{E}(x,t) = E_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \cdot \hat{e}_y + E_0 \cdot \cos(kx - \omega t) \cdot \hat{e}_z$.
a) Berechnen sie das zugehörige magnetische Feld $\vec{B}$.
b) Berechnen sie den zugehörigen Poynting-Vektor $\vec{S}$.
c) Berechnen sie den zeitlichen Mittelwert der Intensität dieser Welle $\langle I(t) \rangle$.
(2 Pkte)

1.3 Drei ebene elektromagnetische Wellen
$E_{1x} = E_0 \cos(\omega t - kz - \delta_1) = B_{1y}\, c$
$E_{2x} = E_0 \cos(\omega t - kz - \delta_2) = B_{2y}\, c$
$E_{3x} = E_0 \cos(\omega t - kz - \delta_3) = B_{3y}\, c$
breiten sich in demselben Raum aus. Wie groß sind die größten und die kleinsten Amplituden und Energieflussdichten, die man durch geeignete Wahl der Konstanten $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ realisieren kann ?
(1 Pkt)

1.4 Zeigen sie, dass wenn man in der parabolische Näherung der Wellengleichung

$$E(r,t) \approx \frac{1}{2}\frac{E_0}{z} \exp\big(-i \cdot (kz - \omega t)\big) \exp\Big(-ik\frac{x^2+y^2}{2z}\Big)$$

z durch $z + i \cdot z_0$ ersetzt einen Gauss-Strahl der Form

$$I = I_0 \cdot \Big(\frac{W_0}{W(z)}\Big)^2 \cdot \exp\Big(-\frac{2(x^2+y^2)}{W^2(z)}\Big)$$

mit den Definitionen

$$W(z) := W_0\sqrt{1+\Big(\frac{z}{z_0}\Big)^2} \quad \text{und} \quad W_0 := \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}}$$

erhält.
(2 Pkte)

1.5 Ein Material habe im Infraroten eine Absorptionslinie bei der Kreisfrequenz ω_0. Der Brechungsindex lässt sich außerhalb der Resonanzlinie näherungsweise durch $n \approx A + B / (\omega_0^2 - \omega^2)$ mit den Konstanten A und B darstellen.
Berechnen sie die Phasen und die Gruppengeschwindigkeit.
(1 Pkt)

1.6 a) Finden sie ausgehend von der Beziehung $v_g = v_{ph}\left(1 - \frac{k}{n}\frac{dn(k)}{dk}\right)$ welche den Zusammenhang zwischen Gruppen – und Phasengeschwindigkeit beschreibt die entsprechende Beziehung als Funktion von $\frac{dn}{d\omega}$ bzw. $\frac{dn}{d\lambda}$.
b) Die Dispersionsrelation von Glas kann man annähernd durch die empirische Formel von Cauchy beschreiben: $n = A + B/\lambda^2$. Berechnen sie Phasen – und Gruppengeschwindigkeit für Licht der Wellenlänge 500 nm in einem Glas, für welches A = 1,40 und B = 0,025 μm^2 gilt.
(1 Pkt)

1.7 Berechnen sie den Brechungsindex n von Luft bei Atmosphärendruck und Raumtemperatur für Licht der Wellenlänge λ = 500 nm unter Verwendung der Beziehung

$$n \approx 1 + \frac{N \cdot e^2}{2\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot \left[(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma \cdot \omega\right]}$$

Sie können näherungsweise annehmen, dass die Luft nur aus Stickstoff (N_2) besteht. Stickstoff ist ein farbloses und durchsichtiges Gas und die Resonanzfrequenz der Stickstoffmoleküle liegt bei $\omega_0 = 10^{16}\ s^{-1}$.
(Lösung: $n \approx 1 + 4{,}5 \cdot 10^{-4}$)
(1 Pkt)