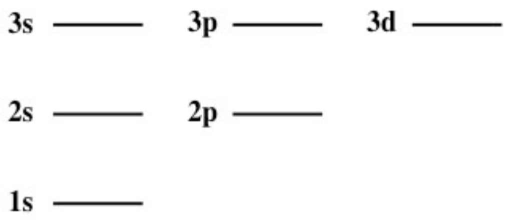
Institut f. Angewandte Physik

UE Grundlagen der Physik III WS 2019/20

9. Übung am 12. 12. 2019

48) Wasserstoffatom:
Gegeben ist folgendes vereinfachtes Termschema des H-Atoms:



a) Berechnen sie die Lebensdauern der eingezeichneten Niveaus unter Verwendung der beigefügten Tabelle.
b) Berechnen sie die natürlichen Linienbreiten der Übergänge 2p -> 1s, 3s -> 2p und 3d -> 2p.
(1 Pkte)

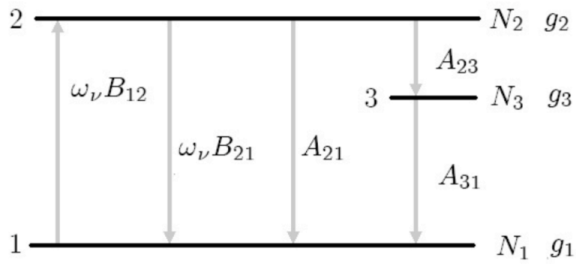
H – Table B. $(nl)_i-(nl)_k$ Transitions

Transition	λ(Å)	E_i(cm⁻¹)	E_k(cm⁻¹)	g_i	g_k	A_{ki}(sec⁻¹)	f_{ik}
$1s-2p$	1215.67	0	82259	2	6	6.265×10^{8}	0.4162
$1s-3p$	1025.72	0	97492	2	6	1.672×10^{8}	7.910×10^{-2}
$1s-4p$	972.537	0	102824	2	6	6.818×10^{7}	2.899×10^{-2}
$1s-5p$	949.743	0	105292	2	6	3.437×10^{7}	1.394×10^{-2}
$1s-6p$	937.804	0	106632	2	6	1.973×10^{7}	7.800×10^{-3}
$2p-3s$	6562.86	82259	97492	6	2	6.313×10^{6}	1.359×10^{-2}
$2p-4s$	4861.35	82259	102824	6	2	2.578×10^{6}	3.045×10^{-3}
$2p-5s$	4340.48	82259	105292	6	2	1.289×10^{6}	1.213×10^{-3}
$2p-6s$	4101.75	82259	106632	6	2	7.350×10^{5}	6.180×10^{-4}
$2s-3p$	6562.74	82259	97492	2	6	2.245×10^{7}	0.4349
$2s-4p$	4861.29	82259	102824	2	6	9.668×10^{6}	0.1028
$2s-5p$	4340.44	82259	105292	2	6	4.948×10^{6}	4.193×10^{-2}
$2s-6p$	4101.71	82259	106632	2	6	2.858×10^{6}	2.163×10^{-2}
$2p-3d$	6562.81	82259	97492	6	10	6.465×10^{7}	0.6958
$2p-4d$	4861.33	82259	102824	6	10	2.062×10^{7}	0.1218
$2p-5d$	4340.47	82259	105292	6	10	9.425×10^{6}	4.437×10^{-2}
$2p-6d$	4101.74	82259	106632	6	10	5.145×10^{6}	2.163×10^{-2}

49) Wasserstoffatom:
Der 3p -> 2s – Übergang der H_α -Linie der im sichtbaren Spektralbereich liegenden Balmer-Serie des Wasserstoffatoms hat eine Frequenz $\nu = 4{,}57\cdot10^{14}$ Hz und eine natürliche Linienbreite von $\Delta\nu = 3\cdot10^{7}$ Hz.
a) Welche Energie wird bei der Emission des Photons infolge des Rückstoßimpulses auf das Wasserstoffatom übertragen, und wie groß ist die damit verbundene Rückstoßverschiebung (der Frequenz) der H_α-Linie?
b) Berechnen sie die Dopplerbreite dieser Linie bei Raumtemperatur (T = 298 K).
c) Welchen Einfluss hätte die Feinstruktur aller Übergange von n = 3 auf n = 2? Qualitative Diskussion!
d) Was schließen sie daraus?
(2 Pkte)

50) Wasserstoffatom: Berechnen sie das Übergangsdipolmoment für den Übergang 3s -> 1s. Was folgern sie daraus?
(2 Pkte)

51) Laseranregung eines Systems mit 3 Niveaus
Gegeben sei ein System von N Atomen mit 3 diskreten, nicht entarteten ($g_1 = g_2 = g_3 = 1$; bzw. $B_{12} = B_{21} = B$) Energieniveaus $E_1 < E_3 < E_2$. Ein Laser mit geeigneter Wellenlänge λ regt das System von Zustand 1 in Zustand 2 an. Dieser angeregte Zustand kann dann auf drei Arten zerfallen:
Direkt in den Zustand 1 durch spontane Emission (A_{21}) oder induzierte Emission ($w_\nu B_{21}$), oder indirekt über den Zustand 3 ($A_{23} \rightarrow A_{31}$) (wobei A und B die Einsteinkoeffzienten sind).



a) Stellen sie die Ratengleichungen für alle 3 Niveaus auf.
b) Unter der Annahme, dass die spontane Emission von Niveau 2 auf 1 vernachlässigt werden kann ($A_{21} = 0$), leiten sie für die stationäre Lösung der Ratengleichungen ($dN_i/dt = 0$) eine Beziehung zwischen N_3 und N der folgenden Form ab: $N_3 = N \cdot f\left(w_\nu B, A_{23}, A_{31}\right)$.
c) Bilden sie den Grenzwert für sehr hohe Energiedichte: $N_3(w_\nu \rightarrow \infty)$.
(2 Pkte)

52) Laser
Gegeben sei ein Ensemble von gleichartigen Atomen, welche idealisiert durch zwei nicht entartetet Energieniveaus 1 und 2 (mit statistischen Gewichten $g_1=g_2=1$) beschrieben werden. Dabei gelte $E_1<<E_2$. Die Atome seien so präpariert, dass zum Zeitpunkt t=0 gelte: $N_1(t=0)=0$ und $N_2(t=0)=N_0$, d.h. alle Atome sollen sich im angeregten Zustand befinden (vollständige Besetzungsinversion). Zum Zeitpunkt t=0 werde eine praktisch monochromatische Laserstrahlung (Dauerstrichlaser) mit der spektralen Energiedichte w_ν mit der Resonanzfrequenz des Übergangs 2 nach 1 eingeschaltet. Die N_0 Atome befinden sich immer im Laserstrahl (Idealisierung!) und ihre Geschwindigkeiten seien extrem klein (ebenfalls Idealisierung).
a) Die möglichen Übergangswahrscheinlichkeiten und damit die Änderungen der Besetzungszahlen $N_1(t)$ und $N_2(t)$ der beiden Zustände pro Zeiteinheit sind durch die Einsteinkoeffizienten A_{21}, B_{21} und B_{12} gegeben. Stellen sie Ratengleichungen auf, welche die zeitliche Änderung der Besetzungszahlen $N_1(t)$ und $N_2(t)$ beschreiben.
b) Berechnen sie die zeitliche Änderung der Besetzungszahlen $N_1(t)$ und $N_2(t)$.
c) Das besetzungsinvertierte Atomensemble soll die Laserstrahlung verstärken. Berechnen sie $\Delta N(t) = N_2(t) - N_1(t)$ und skizzieren sie diese Lösungsfunktionen (nehmen sie dafür folgende Zahlenwerte: A=1, B=1, w_ν=5, N_0=1). Wann tritt Verstärkung auf?
(3 Pkte)