Gerhard Kahl & Florian Libisch

STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)

3. Tutoriumstermin (5.4.2019)

T10. Betrachten Sie ein freies Teilchen in zwei Dimensionen.

(a) Stellen Sie die Trajektorie des Teilchens jeweils im Impuls- und im Konfigurationsraum dar für den Fall, daß es sich um ein freies Teilchen handelt (unter Annahme einer selbst gewählten Anfangsbedingung).

(b) Stellen Sie die Trajektorie des Teilchens jeweils im Impuls- und im Konfigurationsraum dar für den Fall, daß das Teilchen in einem zweidimensionalen, quadratischen Volumen (mit Kantenlänge L) mit undurchdringlichen, ideal reflektierenden Wänden eingesperrt ist.

(c) Stellen Sie die Trajektorie des Teilchens jeweils im Impuls- und im Konfigurationsraum dar für den Fall, daß sich das Teilchen in einem zweidimensionalen, quadratischen Volumen (mit Kantenlänge L) befindet und periodische Randbedingungen zur Anwendung kommen; d.h.: verläßt das Teilchen das Volumen an einer Begrenzung, so tritt es mit dem gleichen Impuls an der gegenüberliegenden Begrenzung wieder in das betrachtete Volumen ein.

Unter welchen Bedingungen verläuft dann die Trajektorie im Konfigurationsraum perdiodisch?

Bemerkung: unter "Trajektorie im Impuls- oder Konfigurationsraum" ist die Projektion der Trajektorie des Systems im Phasenraum Γ in den Impuls- oder in den Konfigurationsraum gemeint.

T11. Betrachten Sie ein System, dessen Hamiltonoperator durch folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$H(\vartheta, p) = \frac{p^2}{2m} + mgR \sin\vartheta.$$

(a) Um welches System handelt es sich?

(b) Geben Sie den Phasenraum Γ an.

(c) Skizzieren Sie in Γ für die Fälle eines sehr kleinen ($E_1 \ll 2mgR$) und eines sehr großen Energiewertes ($E_2 \gg 2mgR$) jene Kurven, für die $E = \text{const}$.

T12. Gegeben ist ein Tonks-Gas. Es handelt sich dabei um ein System von N punktförmigen, undurchdringlichen Teilchen, die sich auf einer Strecke der Länge L ("Volumen") bewegen können. Die Teilchen wechselwirken lediglich über elastische Stöße miteinander. Das Volumen, in dem sich die Teilchen bewegen können wird durch zwei undurchdringliche, ideal reflektierende Wände begrenzt.

(a) Geben Sie den Phasenraum des Systems an;

(b) berechnen Sie das Volumen des Konfigurationsraumes.

Betrachten Sie den Fall $N = 2$ und nehmen Sie an, daß beide Teilchen die gleichen Massen haben (*homogenes* Tonks-Gas).

(c) Zeichnen Sie die Trajektorie des Teilchens im Konfigurationsraum (unter Annahme einer selbstgewählten, nicht-trivialen Anfangsbedingung) über eine repräsentative Zeitspanne.

Zeichnen Sie die entsprechende Trajektorie im Impulsraum.

(d) Betrachten Sie nun den allgemeinen Fall (also N beliebig) und nehmen Sie an, daß die Massen der Teilchen verschieden sind (*inhomogenes* Tonks-Gas). Was ändert sich im Vergleich zum homogenen Tonks-Gas an der Dynamik des Systems und somit an der Trajektorie im Phasenraum.

vgl. Bemerkung zu Beispiel T10

T13. System α ist ein ideales Gas, das aus N' Teilchen der Masse m besteht. Die Teilchen befinden sich in einem würfelförmigen Behälter mit dem Volumen $V' = L^3$. Die Entropiefunktion dieses Systems hat für $N' \gg 1$ die Form

$$S^\alpha(E', V', N') = k_\mathrm{B} N' \left[\frac{3}{2} \ln \left(\frac{4m\pi E'}{3N'} \right) + \ln \left(\frac{V'}{N'} \right) + \frac{5}{2} \right].$$

System β ist ein "Festkörper", der aus N'' Teilchen besteht. Jedes dieser Teilchen führt in den drei Raumrichtungen harmonische Schwingungen mit einer Frequenz ω aus (Einstein-Modell). Die Teilchenzahl N'' und das dazu proportionale Volumen V'' dieses Systems ändern sich bei Wechselwirkungen dieses Systems mit anderen Systemen nicht. Die Entropiefunktion dieses "Festkörpers" hat die Form

$$S^\beta(E'', N'') = k_\mathrm{B} N'' \left[3 \ln \left(\frac{E''}{N''} \right) + 3 \ln \left(\frac{2\pi}{3\omega} \right) + 3 \right].$$

Es ist $N' = N_0 \gg 1$, $N'' = 9N_0$ und zu Beginn der Beobachtung ist $E' = E_0$ und $E'' = 9E_0$.

Berechnen Sie für beide Systeme die Anfangstemperaturen und jene Temperaturen, die sich ergeben, wenn man die zwei Systeme in thermischen Kontakt bringt.

Zu kreuzen: 10ab, 10c; 11ab, 11c; 12ab, 12c, 12d; 13