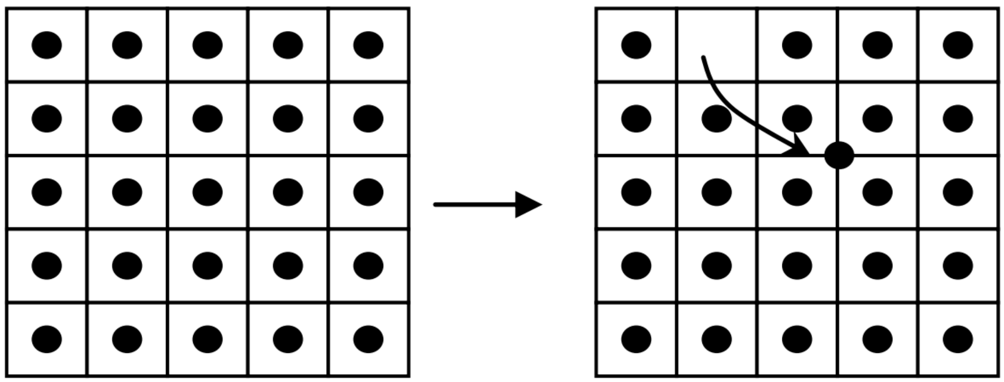
Gerhard Kahl & Florian Libisch

STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)

7. Tutoriumstermin (7.6.2019)

T23. Ein zwei-dimensionales, quadratisches Kristallgitter enthält N Atome. Im Kristall können sich Defekte bilden, wobei Atome die Gitterpunkte verlassen und Zwischenpositionen einnehmen (siehe Abbildung).



Die möglichen Zwischenpositionen sind in der Abbildung durch jene Punkte gegeben, wo sich Linien kreuzen. Folglich gibt es insgesamt N mögliche Zwischenpositionen. Die Anzahl an Defekten werde mit n bezeichnet. Die potentielle Energie an einer Zwischenposition ist höher als an einem Gitterpunkt; die Energiedifferenz werde mit $\varepsilon > 0$ bezeichnet.

(a) Es seien $n \ll N$ Defekte vorhanden. Berechnen Sie die (mikrokanonische) Entropie S als Funktion der Energie $E = n\varepsilon$, falls jedes Atom nur jene vier Zwischenpositionen einnehmen kann, die seinem ursprünglichen Gitterplatz am nächsten sind. In diesem Fall können Sie annehmen, daß die Defekte weit auseinander liegen.

(b) Man nehme nun an, daß die n Gitterdefekte auf beliebigen der N verfügbaren Zwischenpositionen realisiert werden, wobei aber die Zwischenpositionen jeweils nur von einem Teilchen besetzt werden können. Berechne Sie für diese Umstände wieder die (mikrokanonische) Entropie S als Funktion von $E = n\varepsilon$ und vergleichen Sie mit dem Ergebnis von (i).

Berechnen Sie in beiden Fällen die Anzahl von Defekten als Funktion der Temperatur T über die kalorische Zustandsgleichung: $(\partial S/\partial E)_N = 1/T$. Verwenden Sie die Annahme, daß $k_B T \ll \varepsilon$.

Hinweise:

(i) berechnen Sie die mikrokanonische Entropie über die möglichen Fehlstellenkonfigurationen; es handelt sich dabei um ein kombinatorisches Problem; besetzt sind;

(b) verwenden Sie folgende Form der Stirling-Formel: $\ln m! \sim m \ln m - m$).

T24. Betrachten Sie ein ideales Bosegas des Ruhemasse Null

$$\varepsilon(\vec{k}) = \hbar c \left|\vec{k}\right|$$

(a) Berechnen Sie das große Potential.

(b) Berechnen Sie den Druck P, die Teilchendichte $n = N/V$ und die innere Energie E als Funktionen von T, V und z.

(c) Bestimmen Sie die kritische Temperatur und die kritische Dichte der Bose-Einstein Kondensation.

(d) Bestimmen Sie im Kondensationsgebiet ($z \approx 1$) die Zahl N_0 der Bosonen im Grundzustand als Funktion der Temperatur.

(e) Bestimmen Sie die Phasengrenzkurve $P_C = f(n_C)$ des P-(1/n) Diagramms.

(f) Beweisen Sie die allgemeine Gültigkeit von $E = 3PV$ im thermodynamischen Limes ($N \to \infty$, $V \to \infty$, n endlich).

T25. Im Rahmen des Einstein-Modells für einen **zweidimensionalen** Festkörper werden die Atomrümpfe als harmonische Oszillatoren (mit Frequenz ω) auf den Stellen des Kristallgitters betrachtet. Betrachten Sie die Oszillatoren Quantenmechanisch.

(a) berechnen Sie die kanonische Zustandssumme; beachten Sie dass die Atome durch ihren Gleichgewichtsplatz im Kristallgitter unterscheidbar sind.

(b) Berechnen Sie die Wärmekapazität c_V.

(c) Wie verhält sich ihr Resultat im Grenzfall kleiner und großer Temperaturen?

Zu kreuzen: 23a, 23b; 24ab, 24c, 24d, 24e, 24f, 25ab, 25c