

Aufgabenblatt 2

4 Dirac Notation

Wir betrachten einen *antiunitären* Operator A . Ein Operator ist antiunitär, wenn er antilinear ist, sein inverses existiert und er die Norm invariant lässt. Zeigen Sie, dass

$$\langle \tilde{\psi} | \tilde{\phi} \rangle = \langle \psi | \phi \rangle^* \quad (1)$$

aus $|\tilde{\psi}\rangle = A|\psi\rangle$ und $|\tilde{\phi}\rangle = A|\phi\rangle$ folgt.

Hinweis: Benutzen Sie zur Herleitung die Superpositionen $|\psi\rangle + |\phi\rangle$ und $|\psi\rangle + i|\phi\rangle$ und betrachten Sie insbesondere deren Norm.

1 Kreuz

5 Impulsdarstellung

Gegeben sei ein Zustand $|\psi\rangle$ in Ortsdarstellung (eindimensional):

$$\langle x | \psi \rangle = \psi(x) = ce^{iqx - \alpha x^2}, \quad c, q, \alpha \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

- Berechnen Sie die Impulsdarstellung des Zustands.
- Welche Bedeutung hat der Phasenfaktor q ?
- Berechne Sie die Erwartungswert $\langle P \rangle$ und $\langle P^2 \rangle$ in diesem Zustand. Bleiben Sie dabei in der Impulsdarstellung.

1 Kreuz

6 Heisenberg-Bild

Wir betrachten einen Hamiltonoperator, H , ohne explizite Zeitabhängigkeit und eine Observable $A = A_H(t=0)$, wobei $A_H(t)$ die entsprechende Observable im Heisenbergbild ist. Zum Zeitpunkt $t=0$ befindet sich das Quantensystem im Zustand $|\psi\rangle$, wobei $|\psi\rangle$ ein Eigenzustand von A ist. Können Sie einen Eigenzustand zu $A_H(t)$ angeben?

1 Kreuz

7 Operator-Transformation

Wir betrachten den unitären Operator

$$U = e^{ivG_s}, \quad \text{mit dem Generator } G_s = mX - sP, \quad (3)$$

wobei m, v, s reelle Parameter sind. X und P sind Orts und Impulsoperator. Wir setzen in diesem Beispiel $\hbar = 1$.

- a) Benutzen Sie die Baker-Campbell-Hausdorff-Formel um U in folgender Weise zu schreiben:

$$U = e^{-i\frac{1}{2}mv^2s} e^{ivmX} e^{-ivsP} = e^{i\frac{1}{2}mv^2s} e^{-ivsP} e^{ivmX} \quad (4)$$

- b) Zeigen Sie, dass das U folgende Transformationen durchführt:

$$UXU^\dagger = X - vs\mathbb{1} \quad \text{und} \quad UPU^\dagger = P - mv\mathbb{1}, \quad (5)$$

Welchen Namen trägt diese Transformation wenn wir m als Masse und s als Zeit auffassen?

(a) + (b) = 2 Kreuze