

Aufgabenblatt 4

12 Störungstheorie: Morse-Potential

Im Vergleich zum harmonischen Oszillator ist das Morse-Potential, $V(x) = D_e(1 - e^{-ax})^2$, ein quantitativ besseres Modell zur Beschreibung der Wechselwirkung zwischen den Atomen eines zweiatomigen Moleküls (H_2 , O_2 , ...). Berechnen Sie mit diesem Modell die Nullpunktsenergie (Grundzustandsenergie) eines zweiatomigen Moleküls mithilfe der Störungstheorie (Korrektur erster Ordnung). Nutzen Sie, dass Sie die exakte Lösung des harmonischen Oszillators kennen.

(i) Ansatz + (ii) Rechnung = 2 Kreuze

13 Zeitabhängige Störungstheorie: Anregung des H-Atoms

Ein Wasserstoffatom befindet sich in einem homogenen, zeitabhängigen elektrischen Feld $\mathbf{E}(t) = (0, 0, E_z(t))^T$, wobei

$$E_z(t) = A \frac{\tau}{t^2 + \tau^2}. \quad (1)$$

- a) Skizzieren Sie den Verlauf des elektrischen Feldes mit der Zeit und zeigen Sie, dass das zeitabhängige Störpotential in Ortsdarstellung folgende Form annimmt,

$$V(\mathbf{r}, t) = Ae \frac{\tau}{t^2 + \tau^2} r \cos(\theta). \quad (2)$$

Zur Zeit $t = -\infty$ befinde sich das System im Grundzustand. Geben Sie diesen Grundzustand in Ortsdarstellung an.

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Wasserstoffatom für $t = +\infty$ im ersten angeregten Zustand befindet. Nehmen Sie dabei an, dass $\tau \ll \omega^{-1}$, wobei $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$ mit den Eigenzuständen, E_n , des ungestörten Wasserstoffatoms.

(a)+(b) = 2 Kreuze

14 Entartete Störungstheorie: Linearer Stark Effekt

- a) Beschreiben Sie das entscheidende Problem mit der Rayleigh-Schrödinger Störungstheorie für den Fall entarteter Eigenzustände des ungestörten Hamiltonians.
- b) Betrachten Sie das Wasserstoffatom in einem konstanten, schwachen elektrischen Feld in z -Richtung. Berechnen Sie den Effekt (Aufspaltung) auf die Eigenenergien der Zustände mit $n = 2$. Diagonalisieren Sie dazu das Störpotential im Unterraum, der durch $|n = 2, l, m\rangle$, $l = 0, \dots, n - 1$, $m = -l, \dots, +l$, aufgespannt wird. Ignorieren Sie den Spin-Freiheitsgrad.

1 Kreuz