

## Übungen zur Vorlesung Computermathematik

### Serie 12

**Aufgabe 12.1.** Welche Zeitschrift versteckt sich hinter der Abkürzung *Math. Mod. Meth. Appl. S.*? Wie ist der vollständige Titel? Wie lautet die korrekte Abkürzung? Schreiben Sie ein Literaturverzeichnis, das zwei Artikel aus der letzten Ausgabe dieser Zeitschrift enthält. Welche Zeitschrift hat die Abkürzung *Math. Comput.*? Wie ist der vollständige Titel? Wie lautet die nunmehr korrekte Abkürzung? Erweitern Sie das Literaturverzeichnis um zwei Artikel aus der aktuellen Ausgabe dieser Zeitschrift. Erweitern Sie Ihr Literaturverzeichnis um ein englisches Buch von Stefan Sauter sowie dessen Dissertation. Um die Dissertation zu finden, können Sie das *Mathematics Genealogy Project* nutzen, siehe <http://www.genealogy.ams.org>. Schreiben Sie ein kurzes L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dokument, in denen Sie alle Einträge zitieren.

**Aufgabe 12.2.** Plotten Sie in MATLAB das Potential  $f(x, y) = x \cdot \exp(-x^2 - y^2)$  sowohl als Graph in  $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$  als auch als farbige Projektion auf die Ebene, wobei Sie sich auf  $[-5, 5]^2 \subset \mathbb{R}^2$  beschränken. Geben Sie unter die Plots eine horizontale `colorbar`. Exportieren Sie die Bilder als `eps`-Dateien aus MATLAB mittels `print` (siehe MATLAB-Folie 106). Binden Sie die Grafiken in ein L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dokument ein. Verwenden Sie dazu eine `figure`-Umgebung mit Legende, wobei die Bilder nebeneinander (mittels `minipage`) angeordnet werden.

**Aufgabe 12.3.** Schreiben Sie in MATLAB einen Sortieralgorithmus Ihrer Wahl (den Befehl `sort` dürfen Sie hierbei nicht verwenden). Kopieren Sie Ihren Code in eine geeignete L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Umgebung. Vergleichen Sie schließlich Ihren Algorithmus mit `sort` aus MATLAB. Generieren Sie hierzu 5 zufällige Vektoren der Länge  $10^j$ ,  $j = 4, \dots, 8$ , und betrachten Sie die benötigten Rechenzeiten. Halten Sie Ihre Ergebnisse in einer L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Tabelle der folgenden Form fest.

$N$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
<code>sort</code>					
<code>mysort</code>					

**Aufgabe 12.4.** Verwenden Sie `\newtheorem`, um eine *Satz*-Umgebung zu erzeugen. Schreiben Sie eine *Beweis*-Umgebung. Der Beweis werde (als Teil der Umgebung) mit fett-kursiv ***Beweis*** eingeleitet. Das Beweisende werde (als Teil der Umgebung) mittels rechtsbündigem `\blacksquare` ■ angezeigt, d.h. ■ steht rechtsbündig in der letzten Zeile des Beweises. Formulieren Sie den folgenden Satz inkl. ausführlichen Beweises in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Alle auftretenden Referenzen sollen mittels `\label` und `\ref` etc. realisiert werden. Definieren Sie ein geeignetes Makro für Normen und  $\text{dist}(\cdot, \cdot)$ . Seien  $A, B \subset \mathbb{R}$  offene Intervalle mit kompaktem Abschluss  $\bar{A}, \bar{B}$  und  $A \cap B = \emptyset$ . Wir definieren den Rand der Mengen als  $\partial A := \bar{A} \setminus A$  und  $\partial B := \bar{B} \setminus B$  (das Symbol  $\partial$  wird mit `\partial` erzeugt). Dann gilt für die Distanz zwischen den beiden Mengen, dass  $\text{dist}(A, B) = \text{dist}(\partial A, \partial B)$ , wobei wir für beliebige Mengen  $C, D \subset \mathbb{R}$  die Distanz definieren als

$$\text{dist}(C, D) := \inf\{\|x - y\|_2 : x \in C, y \in D\} \tag{1}$$

**Hinweis.** Zeigen Sie zunächst, dass  $\text{dist}(A, B) = \text{dist}(\bar{A}, \bar{B})$ . Überlegen Sie sich dann, dass das Infimum in (1) für kompakte Mengen  $C, D$  angenommen wird.

**Bemerkung.** Der Satz gilt auch für offene Teilmengen  $A, B \subset \mathbb{R}^n$  mit  $n \in \mathbb{N}$ .

**Aufgabe 12.5.** Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `pythagoras`, die für gegebenes  $n \in \mathbb{N}$  und Datennamen `name` insgesamt  $n$  verschiedene pythagoräische Zahlentripel berechnet. Das Ergebnis soll in

Form einer L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X Tabelle in die Datei `name.tex` geschrieben werden. Schreiben Sie zusätzlich ein L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dokument, das eine derart erzeugte Tabelle mittels `\input{name.tex}` einbindet.

**Aufgabe 12.6.** Suchen Sie unter <http://www.ams.org/mathscinet> jeweils einen wissenschaftlichen Artikel von Winfried Auzinger, Dirk Praetorius und Joachim Schöberl heraus. Fügen Sie noch ein Buch von Jens Markus Melenk hinzu. Speichern Sie die bibliographischen Daten in einer BibT<sub>E</sub>X-Datei `artikel.bib`, wobei Sie die Einträge durch einfaches Kopieren aus MathSciNet übernehmen sollen.

**Aufgabe 12.7.** Schreiben Sie kurze L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Dokumente, in denen Sie `artikel.bib` aus Aufgabe 12.6 einbinden und alle Einträge der bib-Datei zitieren. Die Dokumente sollen die Unterschiede zwischen den Styles `plain`, `unsrt`, und `alpha` verdeutlichen.

**Aufgabe 12.8.** Schreiben Sie ein L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-File mit dem Algorithmus der Gauss-Elimination, wobei bei einer allfälligen Implementierung der obere Index ( $k$ ) an den Koeffizienten entfallen kann.

**Input:** Matrix  $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$  mit LU-Zerlegung, rechte Seite  $b \in \mathbb{K}^n$

```
for  $k = 1, \dots, n - 1$ 
  for  $i = k + 1, \dots, n$ 
     $\ell_{ik} = a_{ik}^{(k)} / a_{kk}^{(k)}$ 
     $b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - \ell_{ik} b_k^{(k)}$ 
    for  $j = k + 1, \dots, n$ 
       $a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - \ell_{ik} a_{kj}^{(k)}$ 
    end
  end
end
```

**Output:** nicht-triviale Einträge der Matrizen  $L, U \in \mathbb{K}^{n \times n}$  mit  $u_{ij} := a_{ij}^{(i)}$   
sowie modifizierte rechte Seite  $y \in \mathbb{K}^n$  mit  $y_i := b_i^{(i)}$ .

Schreiben Sie eine C-Funktion `void gauss(double** A, double* b, int n)`, die dieses Vorgehen realisiert und  $A$  und  $b$  geeignet überschreibt. Binden Sie den C-Code mit Hilfe des `listing`-Pakets in dasselbe Dokument ein.