

101.484 VU Computernumerik
106.054 UE AKNUM Computernumerik

Übungsbeispiele zur VO 106.001 AKNUM COMPUTERNUMERIK

106.986 UE Numerische Mathematik für LA

Übungsbeispiele zur VO 106.942 NUMERISCHE MATH FÜR LA

Gabriela Schranz-Kirlinger

Bitte bearbeiten Sie für die fünfte Übung (Die 11/6 und Do 13/6/2013) **alle** Beispiele des 5. Kapitels und kreuzen Sie in der Übung dann diejenigen Beispiele an, die Sie verstanden haben und auch an der Tafel nach Aufrufen vorrechnen können.

Wenden Sie sich bei Unklarheiten oder Fragen an G. Schranz-Kirlinger oder M. Noya.

Kapitel 5: Quadratur

60. Leiten Sie die numerische Quadraturformel *Pulcherrima* auf zwei Arten her. Vergleichen Sie dazu im Skriptum zur Vorlesung die Herleitung der Simpsonregel.

61. Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^{+1} e^t dt$ mit der Trapezregel für $h = 1, 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625$ und der Simpsonregel für $h = 1, 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625$. Vergleichen Sie jeweils die Resultate zum gleichen h und vergleichen Sie auch mit dem exakten Ergebnis.

62. Berechnen Sie mit der Gauß – Quadratur eine Näherung für das Integral

$$\int_2^4 \sin x^2 dx$$

unter Nutzung der Nullstellen des vierten orthogonalen Legendrepolynoms als Stützstellen.

63. Prüfen Sie nach, dass die Simpsonregel Polynome vom Grad kleiner gleich 3 exakt integriert.

64. Bestimmen Sie für die Funktion $f(x) = e^x$ im Intervall $[0, 1]$ Ober- und Untersummen bei einer Zerlegung von $[0, 1]$ in 10 Teilintervalle. Bestimmen Sie den absoluten und relativen Fehler dieser Summen bezüglich des als exakt angenommenen Integralwerts 1.718281828. Wie groß müsste die Anzahl der Teilintervalle sein, damit der absolute Fehler kleiner als $3 \cdot 10^{-3}$ ist?

65. Bestimmen Sie den Wert des Integrals $\int_1^3 (-x^2 + 4x) dx$ mit der Trapezregel für $h = 0.4$. Wie groß wird der relative Fehler der Integralnäherung? Bestimmen Sie eine Schrittweite h so, dass mit der Trapezregel ein Fehler kleiner als 10^{-3} erreicht wird.

66. Berechnen Sie das Integral $\int_a^b \frac{3^x}{x} dx$ mit der Trapezregel und der Simpsonregel mit Schrittweite $h = \frac{b-a}{n}$ für $a = 1, b = 2$ und $n = 1, 2, 3, 4, 5$.