

# Geometrie für Informatik

## Übungsblatt 6

**Aufgabe 1 (Bernoullische Lemniskate)** Sei  $c$  die Kurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^2 \\ t \rightarrow \left( \frac{a \cos(t)}{1 + \sin^2(t)}, \frac{a \cos(t) \sin(t)}{1 + \sin^2(t)} \right),$$

für  $a > 0$  fest gewählt. Visualisieren Sie die Kurve. Berechnen Sie die Krümmung von  $c$ .

**Aufgabe 2 (Radlinie)** Sei  $c$  die Kurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^2 \\ t \rightarrow (a \cos(t) + b \cos(2t), a \sin(t) + b \sin(2t)),$$

für  $a, b > 0$  fest gewählt. Visualisieren Sie die Kurve. Berechnen Sie die Krümmung von  $c$ .

**Aufgabe 3 (Umschwingkurve)** Sei  $c$  die Raumkurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^3 \\ t \rightarrow \left( r \cos(t), r \sin(t), \frac{1}{2} \sin(2t) \right),$$

für  $r > 0$  fest gewählt. Visualisieren Sie die Kurve. Berechnen Sie die Krümmung, Torsion und Begleitbasis von  $c$ .

**Aufgabe 4 (Viviani's Kurve)** Sei  $c$  die Raumkurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^3 \\ t \rightarrow (r \sin(t), r \sin(t) \cos(t), r \sin^2(t)),$$

für  $r > 0$  fest gewählt. Zeigen Sie, dass  $c$  auf einer Kugel mit Mittelpunkt  $(0, 0, 1)$  liegt. Visualisieren Sie die Kurve und die dazugehörige Kugel für ein fest gewähltes  $r$ . Berechnen Sie die Krümmung und Torsion von  $c$ .

**Hinweis: Zum Visualisieren können Sie zB. ein beliebiges Computeralgebrasystem wie Maple oder Mathematica verwenden.**