

3. Übungsblatt – Mathematik 3 für Bauingenieure

Wintersemester 2017/18

Beispiel 16

Gegeben sei das Sturm–Liouvillesche Eigenwertproblem

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

- (a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems.
- (b) Entwickeln Sie die auf $[0, 1]$ definierten Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = \sin(3\pi x)$ nach den Eigenfunktionen des Sturm–Liouvilleschen Eigenwertproblems.
- (c) Angenommen, das obige Randwertproblem wird nicht auf $[0, 1]$ sondern auf $[0, 2]$ gestellt, d.h. Sie ersetzen den rechten Randpunkt $b = 1$ durch $b = 2$. Bezeichnen λ_n die Eigenwerte des Problems auf $[0, 1]$, dann sind die Eigenwerte des Problems auf $[0, 2]$ gegeben durch

$$\bigcirc \lambda_n \quad \bigcirc 2\lambda_n \quad \bigcirc \frac{\lambda_n}{2} \quad \bigcirc \frac{\lambda_n}{4} \quad \bigcirc \lambda_n^2$$

Beispiel 17

Gegeben sei das Sturm–Liouvillesche Eigenwertproblem

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

- (a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems.
- (b) Entwickeln Sie die auf $[0, 1]$ definierte Funktion $g(x) = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ nach den Eigenfunktionen des Sturm–Liouvilleschen Eigenwertproblems.

Beispiel 18

Gegeben sei das Randwertproblem

$$y''(x) - \lambda y(x) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y'(2) = 0.$$

- (a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems.
- (b) Entwickeln Sie die auf $[0, 2]$ definierten Funktionen $f(x) = \sin(2\pi x)$ und $g(x) = 1 + \cos(2\pi x)$ nach den Eigenfunktionen des Randwertproblems.

Beispiel 19

Es sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar und $|f(t)| \leq ke^{ct}$ für $t \geq 0$ und $k, c \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie die folgenden Formeln:

- (a) $\mathcal{L}\{f'\}(s) = s\mathcal{L}\{f\}(s) - f(0)$
- (b) $\mathcal{L}\{f''\}(s) = s^2\mathcal{L}\{f\}(s) - sf(0) - f'(0)$

Bereiten Sie bitte die Übungsbeispiele bis zur nächsten Übung vor, die am 13.11.2017 von 9 bis 11 Uhr stattfindet.

Sprechstunde jeden Dienstag von 9 bis 10 Uhr im 7. Stock, grüner Bereich, Zimmer K22 und nach Vereinbarung. E-mail: olaf.mordhorst@tuwien.ac.at