

22. **Ein statisches Spiel mit unvollständiger Information:** Bestimme alle Nash Gleichgewichte in reiner Strategie.

Der Zufall bestimmt, ob Spiel 1 oder Spiel 2 gespielt wird; beide Spiele sind gleichwahrscheinlich. Spielerin I wird informiert, welches Spiel gespielt wird – Spielerin II nicht.

		L	R		L	R
Spiel 1	T	(1,1)	(0,0)	Spiel 2	T	(0,0)
	B	(0,0)	(0,0)		B	(0,0)

23. **Permutationsspiel:** Die Spieler in diesem Spiel sind n CNC Maschinen M_i - beziehungsweise deren Besitzer. Es sollen n Aufträge J_i durchgeführt werden, wobei jeder Auftrag auf einer beliebigen Maschine bearbeitet werden kann, aber jede Maschine nur genau einen Auftrag bearbeitet. Allerdings ist der Auftrag J_i dem i-ten Spieler beziehungsweise seiner Maschine M_i ursprünglich fix zugeordnet; nur innerhalb von Koalitionen dürfen Spieler ihre Aufträge tauschen.

Der Parameter k_{ij} bezeichnet die Kosten, wenn Job J_i an der Maschine M_j durchgeführt wird. Für die Kosten einer Koalition ergibt sich dann

$$c(S) = \min_{\sigma \in \sigma(S)} \sum_{i \in S} k_{i\sigma(i)},$$

wobei $\sigma(S)$ die Menge aller Permutationen der Maschinen der Koalition S ist (Maschinen nicht aus S werden nicht permutiert), und $\sigma(i)$ ist das i-te Element der Permutation σ . Geben Sie für das folgende Permutationsspiel mit 3 Jobs und 3 Maschinen

		Maschine			
		Kosten k	1	2	3
Job	1	1	2	4	
	2	3	6	9	
	3	4	8	12	

die Werte aller möglichen Koalitionen an.

Ein Koalitionsspiel (N, v) heißt einfach, wenn der Wert einer Koalition S entweder 0 oder 1 ist. Ein Spieler in einem einfachen Koalitionsspiel heißt Vetospieler, wenn jede Koalition, welche diesen Spieler ausschließt, den Wert 0 hat. Ist weiters der Wert jeder Koalition, welche den Vetospieler miteinbezieht, gleich 1, so nennt man diesen Vetospieler auch Diktator.

- Können in einem einfachen Koalitionsspiel alle Spieler (gleichzeitig) Vetospieler sein?
- Kann es in einem einfachen Koalitionsspiel auch zwei Diktatoren geben?
- Zeigen Sie, dass, wenn in einem einfachen Koalitionsspiel die Eigenschaft

$$v(S) + v(N \setminus S) = 1 \quad \forall S \subseteq N$$

gilt, dann gibt es höchstens einen Vetospieler, und dieser ist dann auch Diktator.

- Konstruieren Sie ein drei Personenspiel mit der Eigenschaft

$$v(S) + v(N \setminus S) = 1 \quad \forall S \subseteq N$$

welches keinen Vetospieler (Diktator) hat.

24. Voting Game: Nehmen wir ein Parlament an, wo 4 Parteien A,B,C,D mit 40, 30, 20, 10 Parlamentariern vertreten sind. Um Verfassungsgesetze zu beschließen, ist eine Zwei-Drittel Mehrheit notwendig.

- Formulieren Sie diese Situation durch ein 4-Personen Koalitionsspiel, wo eine Gewinnerkoalition den Wert 1 zugewiesen bekommt (0 für eine Verliererkoalition).
- Bestimmen Sie den Shapley Wert für dieses Spiel.

Ein Regierungsausschuss besteht nun aus Mitglied 1 und Mitglied 2 der Partei I und aus Mitglied 3 – Mitglied 5 der Partei II. Formulieren Sie diese Situation wieder durch ein einfaches Spiel, wobei eine Koalition gewinnt, wenn von jeder der beiden Parteien mindestens die Hälfte ihrer Ausschussmitglieder der Koalition angehören.

- Bestimmen Sie die sechs Gewinnerkoalitionen. (es gibt dann noch 26 Verliererkoalitionen)
- Berechnen Sie die Shapley Werte (Sie brauchen nur die Gewinnerkoalitionen berücksichtigen). Welche Ausschussmitglieder sind am mächtigsten?