MATHEMATISCHE STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide VO: Prof. Felsenstein SS 2013

ÜBUNGSBLATT 7

33) Die Stichprobe $X_1, \dots, X_n$ sei normalverteilt $X_i \sim N(\mu, \sigma_0^2)$ mit bekannter Varianz σ_0^2. Es soll der UMVU-Schätzer für die Verteilungsfunktion $\mathbf{P}(X_1 \leq x)$ und die Dichte $\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{P}(X_1 \leq x)$ für festes x bestimmt werden.

34) Die Verteilung der Stichprobe $(X_i, Y_i), i = 1, \dots, n$ hat den Korrelationskoeffizienten ρ. Man entwickle für ρ den Momentenschätzer (mit den gemischten Momenten $\mathbb{E}X^rY^s$).

35) Die Lebensdauer X_i eines Bauteils sei Weibull-verteilt, $W_{2,\theta}$. Aus der Stichprobe $X_1, \dots, X_n$ berechne man den ML-Schätzer für $\tau = 1/\theta$. Ist dieser Schätzer der UMVU-Schätzer?
HINWEIS: Die Verteilungsfunktion der $W_{2,\theta}$ Verteilung ist

$$F(t) \quad = \quad 1 \ - \exp\{-\frac{t^2}{\theta}\} \qquad t > 0 \ .$$

36) Die Stichprobe $X_1, \dots, X_n$ sei normalverteilt $N(\theta, \sigma^2)$ mit bekannter Varianz σ^2. Die Schätzfunktion

$$T = \overline{X}_n^2 - \frac{\sigma^2}{n}$$

soll $\tau = \theta^2$ schätzen.

- **a)** Ist T der UMVU-Schätzer für τ?
- **b)** Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß T negativ ist und untersuche die Konvergenz dieser Wahrscheinlichkeit für $n \to \infty$ bei $\theta = 0$ und bei $\theta \neq 0$.

37) Die Lebensdauern $X_1, \dots, X_n$ bilden eine Stichprobe einer Exponential-Verteilung Ex_λ . Die Statistik

$$\hat{R}(t) := \begin{cases} 0 & \text{falls} \ \sum X_i \leq t \\ (1 - \frac{t}{\sum_i X_i})^{n-1} & \text{falls} \ \sum X_i > t \end{cases}$$

ist eine Schätzfunktion für die Zuverlässigkeitsfunktion $R(t) = P(X > t)$.
Ist $\hat{R}(t)$ der UMVU-Schätzer für die Zuverlässigkeitsfunktion $R(t)$?