

## ÜBUNGSBLATT 8

- 38)  $X_1, \dots, X_n$  sei eine Stichprobe einer Geometrischen Verteilung  $G_\theta$ . Man gebe Konstanten  $a$  und  $b$  an, sodaß die Schätzfunktion

$$T := b \sum_{i=1}^{n-1} X_i (aX_{i+1} - X_i)$$

erwartungstreu für  $\tau = 1/\theta$  ist. Ist  $T$  konsistent für  $\theta$ ?

- 39) Für CR-effiziente Schätzung sind Regularitätsbedingungen erforderlich:  
Die Stichprobe  $X_1, \dots, X_n$  stamme von einer stetigen Gleichverteilung  $X_i \sim U_{0,\theta}$ .  
a) Man überlege sich, wo bei der Berechnung der CR-Schranke die Voraussetzungen nicht erfüllt sind.  
b) Asymptotisch ist der Maximum-Likelihood-Schätzer  $\hat{\theta}$  nicht normalverteilt. Man gebe die Grenzverteilung von  $n(\hat{\theta} - \theta)$  für  $n \rightarrow \infty$  an.
- 40) Zu den folgenden Modellen (Stichprobe vom Umfang  $n$ ) bestimme man den Maximum-Likelihood-Schätzer des Parameters  $\hat{\theta}$  und prüfe, ob die Schätzung RC-effizient ist.
- a) Binomialverteilung  $B_{n,\theta}$
  - b) Poisson-Verteilung,  $P_\theta$
  - c) Exponentialverteilung,  $Ex_\theta$
  - d) Normalverteilung  $N(\theta, \sigma^2)$ , Varianz  $\sigma^2$  bekannt,
  - e) Normalverteilung  $N(\mu, \theta)$ , Mittel  $\mu$  bekannt

- 41) Zu einer Stichprobe einer *Laplace-Verteilung*  $La_\theta$  mit der Dichte

$$f(x|\theta) = \frac{1}{2\theta} \exp\{-|x|/\theta\} \quad \theta > 0.$$

Für  $\theta$  sowie  $\theta^r$  für  $r > 1$  und  $(1 + \theta)^{-1}$  sollen die UMVU-Schätzer bestimmt werden. Welche dieser Schätzer erreichen die RC-Schranke, sind also RC-effizient?

- 42) Für die Exponential-verteilte Stichprobe  $X_1, \dots, X_n$ ,  $X_i \sim Ex_\theta$  mit konjugierter a-priori Verteilung für  $\theta$  konstruiere man den a-posteriori Bayes-Schätzer für  $\theta$  und für die Zuverlässigkeitsfunktion

$$q(\theta) = P_\theta(X > t)$$

bei festem  $t$ .