

ÜBUNGSBLATT 6

28) Zu dem Parameterraum $\Theta = (0, 1) \times \{1, 2\}$ seien Verteilungen folgendermaßen definiert. Wenn $\theta = (\tau, 1)$ ist $X \sim P_\tau$ Poissonverteilt und wenn $\theta = (\tau, 2)$ ist $X \sim A_\tau$ alternativverteilt.

- a) Man zeige, dass $T = \sum_i X_i$ bei einer Stichprobe X_1, \dots, X_n dieser Modellverteilung nicht suffizient für θ ist.
- b) Man konstruiere eine minimal suffiziente (zweidimensionale) Statistik (T_1, T_2) für θ .

HINWEIS: Man folge dem Konstruktionsprinzip, das nach Satz 2.8 und Lemma 2.2 beschrieben ist.

29) Die Stichprobe X_1, \dots, X_n sei stetig gleichverteilt, $X_i \sim U_{0,\theta}$. Ist $X_{(n)}$ suffizient und vollständig für θ ?

30) Man gebe eine konjugierte Familie von a-priori Verteilungen für die Parameter wenn die Stichprobe X_1, \dots, X_n ,

- a) von einer Exponential-Verteilung $X_i \sim Ex_\theta$ kommt,
- b) Negativ-Binomial-verteilt ist, $NB_{k,\theta}$, (k fest, hier genügt es, $n = 1$ anzunehmen).

31) Man zeige, daß die zu erwartende Varianz der a-posteriori Verteilung nicht größer als die a-priori Varianz ist,

$$\mathbb{E}_X \text{Var}(\theta|X) \leq \text{Var}(\theta).$$

32) Die stochastische Größe X sei normalverteilt $N(\theta, 1)$. Das Mittel θ ist a-priori normalverteilt $N(\mu, \sigma^2)$. Man berechne die Randverteilung von X .