

## 1. Übung Mathematische Statistik SS14

1. Bsp. 7/UE 1
2. Bsp. 8/UE 1
3. Zeigen Sie, dass  $T = (X_{n:1}, \dots, X_{n:n})$ , wobei  $X_{n:i}$  die Ordnungsstatistiken, also  $X_{n:1} \leq \dots \leq X_{n:n}$  und  $\{X_i, i \leq n\} = \{X_{n:i}, i \leq n\}$ , suffizient ist.
4.  $(X_n)$  sei eine Stichprobe aus einer Verteilung, die nur endlich viele Werte  $1, \dots, k$  annimmt. Zeigen Sie, dass  $(Y_1, \dots, Y_k)$  mit  $Y_i = |\{j \leq n : X_j = i\}|$  suffizient ist.
5. (cheating with statistics) Zeigen Sie, dass in der Situation des vorigen Beispiels eine eindimensionale suffiziente Statistik existiert.
6. Zeigen Sie, dass im vorigen Beispiel auch angenommen werden kann, dass  $X$  abzählbar viele Werte annimmt.
7. In Beispiel 4 sei  $p_k = \mathbb{P}(X = k)$  eine Funktion des Parameters  $\theta$  und  $p_i(\theta) - p_k(\theta)$  sei monoton ( $i < k$ ). Zeigen Sie, dass dann für die einseitigen Hypothesen gleichmäßig optimale Tests existieren.
8.  $(X_1, \dots, X_n)$  sei eine Stichprobe einer Gleichverteilung auf  $[0, \theta]$ . Bestimmen Sie einen Test für die Nullhypothese  $\theta_0$ , der für alle Alternativen  $\theta_1 > \theta_0$  optimal ist.