MATHEMATISCHE STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide VO: Prof. Felsenstein WS 2014

ÜBUNGSBLATT 6

28) Zu dem Parameterraum $\Theta = (0,1) \times \{1,2\}$ seien Verteilungen folgendermaßen definiert. Wenn $\theta = (\tau, 1)$ ist $X \sim P_\tau$ Poissonverteilt und wenn $\theta = (\tau, 2)$ ist $X \sim A_\tau$ alternativverteilt.

- **a)** Man zeige, dass $T = \sum_i X_i$ bei einer Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ dieser Modellverteilung nicht suffizient für θ ist.
- **b)** Man konstruiere eine minimal suffiziente (zweidimensionale) Statistik (T_1, T_2) für θ.

Hinweis: Man folge dem Konstruktionsprinzip, das nach Satz 2.8 und Lemma 2.2 beschrieben ist.

29) Die Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ sei stetig gleichverteilt, $X_i \sim U_{0,\theta}$. Ist $X_{(n)}$ suffizient und vollständig für θ?

30) Man gebe eine konjugierte Familie von a-priori Verteilungen für die Parameter wenn die Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$,

- **a)** von einer Exponential-Verteilung $X_i \sim Ex_\theta$ kommt,
- **b)** Negativ-Binomial-verteilt ist, $NB_{k,\theta}$, (k fest, hier genügt es, $n = 1$ anzunehmen).

31) Man zeige, daß die zu erwartende Varianz der a-posteriori Verteilung nicht größer als die a-priori Varianz ist,

$$\mathbb{E}_X Var(\theta|X) \leq Var(\theta).$$

32) Die stochastische Größe X sei normalverteilt $N(\theta, 1)$. Das Mittel θ ist a-priori normalverteilt $N(\mu, \sigma^2)$. Man berechne die Randverteilung von X.