MATHEMATISCHE STATISTIK

http://www.statistik.tuwien.ac.at/lv-guide VO: Prof. Felsenstein WS 2014

ÜBUNGSBLATT 9

40) Zu den folgenden Modellen (Stichprobe vom Umfang n) bestimme man den Maximum-Likelihood-Schätzer des Parameters $\hat{\theta}$ und prüfe, ob die Schätzung RC-effizient ist.

- **a)** Binomialverteilung $B_{n,\theta}$
- **b)** Poisson-Verteilung, P_θ
- **c)** Exponentialverteilung , Ex_θ
- **d)** Normalverteilung $N(\theta, \sigma^2)$, Varianz σ^2 bekannt,
- **e)** Normalverteilung $N(\mu, \theta)$, Mittel μ bekannt

41) Zu einer Stichprobe einer *Laplace-Verteilung* La_θ mit der Dichte

$$f(x|\theta) \;=\; \frac{1}{2\theta}\,\exp\{-|x|/\theta\} \qquad\qquad \theta > 0.$$

Für θ sowie θ^r für $r > 1$ und $(1+\theta)^{-1}$ sollen die UMVU-Schätzer bestimmt werden. Welche dieser Schätzer erreichen die RC-Schranke, sind also RC-effizient ?

42) Für die Exponential-verteilte Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$, $X_i \sim Ex_\theta$ mit konjugierter a-priori Verteilung für θ konstruiere man den a-posteriori Bayes-Schätzer für θ und für die Zuverlässigkeitsfunktion

$$q(\theta) = P_\theta(X > t)$$

bei festem t.

43) Die Schätzfunktion T für θ sei zulässig mit konstanter Risikofunktion. Man zeige, dass

- **a)** T ein Mini-Max Schätzer ist;
- **b)** für eine strikte konvexe Verlustfunktion ist T der einzige Mini-Max Schätzer.

44) Die Stichproben $X_1, \ldots, X_n$ und $Y_1, \ldots, Y_m$ sind normalverteilt und unabhängig, $X_i \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ und $Y_i \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$. Man zeige, dass

$$T \;=\; \overline{Y}_m \;-\; \overline{X}_n$$

ein Mini-Max Schätzer für $\theta := \mu_y - \mu_x$, falls

- **a)** die Varianzen σ_x^2, σ_y^2 bekannt sind, oder
- **b)** beschränkt sind $\sigma_x^2 \le C_1$ und $\sigma_y^2 \le C_2$ mit Konstanten C_1 und C_2.