

1. Übung aus Elemente der mathematischen Stochastik WS 2012

1. Welche der folgenden Mengen aus $\mathbb{R}^{[0, \infty)}$ gehören zu $\mathfrak{B}_{[0, \infty)}$?
 - a) $\{f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}; f \text{ ist beschränkt}\}$.
 - b) $\{f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}; f(n-1) = f(n) \quad \forall n \in \mathbb{N}\}$.
 - c) $\{f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}; f \text{ ist rechtsstetig}\}$.
 - d) $\{f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}; f(q) \in \mathbb{Q} \quad \forall q \in \mathbb{Q}\}$.
2. Man zeige $f : (\mathbb{R}^{\mathbb{N}}, \mathfrak{B}_{\mathbb{N}}) \rightarrow (\overline{\mathbb{R}}, \overline{\mathfrak{B}})$ für

$$f(x_1, x_2, \dots) := \min\{n \in \mathbb{N} : \sum_{i=1}^n x_i \geq 1\}.$$

3. Man zeige, dass für jede Familie von Funktionen $X_t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}, t \in T$ gilt

$$\mathfrak{G}(X_t : t \in T) = \bigcup_{S \subseteq T, |S| \leq \aleph_0} \mathfrak{G}(X_s : s \in S).$$

4. Man zeige, dass aus $X_t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}, t \in T, S \subseteq T, A \in \mathfrak{G}(X_s : s \in S)$ und $X_s(\omega) = X_s(\omega') \quad \forall s \in S$ folgt $\omega \in A \Leftrightarrow \omega' \in A$.