5.Übung Elemente der Stochastik WS2019

1. Zeigen Sie: wenn für $t \neq 0$ $|\phi_X(t)| = 1$ gilt, dann gibt es eine Konstante a, sodass X mit Wahrscheinlichkeit 1 nur Werte der Form $a + \frac{2n\pi}{t}$ mit $n \in \mathbb{Z}$ annimmt.

2. Zeigen Sie: wenn für inkommensurable $t_1, t_2 \neq 0$ (d.h. t_1/t_2 ist irrational) $|\phi_X(t_1)| = |\phi_X(t_2)| = 1$ gilt, dann ist X deterministisch.

3. Bestimmen Sie die charakteristische Funktion ϕ zu der Dichte

   $$f(x) = (1 - |x|)_+.$$

   Aus der Inversionsformel für die Fouriertransformation ergibt sich dann, dass f die charakteristische Funktion zur Dichte $\phi/(2\pi)$ ist.

4. Entwickeln Sie $f(x) = 1 - |x|$ im Intervall $[-2, 2]$ in eine Fourierreihe. Die Koeffizienten dieser Reihe sind Punktwahrscheinlichkeiten für eine diskrete Verteilung, deren charakteristische Funktion die "Sägezahnfunktion" ist, die man erhält, wenn f periodisch fortgesetzt wird.