

Höhere WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

<http://mstoch.tuwien.ac.at/lv-guide>

VO: K. Felsenstein / Z. Saffer

WS 2019

ÜBUNGSBLATT 9

42) HMM-I. - Eine variable Fabrik

Ein Produktionsprozess in einer Fabrik befindet sich entweder in einem guten Zustand oder in einem schlechten Zustand. Die Fabrik kann den Zustand nur am Ende jeder Zeiteinheit wechseln. Aus dem guten Zustand kann die Fabrik am Ende jeder Zeiteinheit mit Wahrscheinlichkeit 0.05 in den schlechten Zustand übergehen. Sobald die Fabrik im schlechten Zustand ist, bleibt sie für immer in diesem Zustand. Die Fabrik produziert ein einzelner Artikel in jeder Zeiteinheit. Jeder Artikel, der im guten Zustand der Fabrik produziert wird, hat eine akzeptable Qualität (A) mit Wahrscheinlichkeit 0.99 und jeder Artikel, der im schlechten Zustand der Fabrik produziert wird, hat eine nicht akzeptable Qualität (U) mit Wahrscheinlichkeit 0.3. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Fabrik im gutem Zustand beginnt, ist 0.85 ($P(z_1 = \text{guter Zustand} | z_0)$). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Folge von beobachteten Artikeln (A,U,A).

43) HMM-I. - Ein paläontologisches Temperaturmodell

Die jährliche Durchschnittstemperaturen werden wie „heiß“ (H) und „kalt“ (C) klassifiziert. Nehmen wir auch an, daß die Wahrscheinlichkeit eines heißen Jahres, gefolgt von einem anderen heißen Jahr ist 0.75 und die Wahrscheinlichkeit eines kalten Jahres nach einem kalten Jahr ist 0.55 - beide unabhängig von der Temperatur in den Vorjahren. Die aktuelle Forschung zeigt eine Korrelation zwischen der Baumringgrößen und der jährlichen Durchschnittstemperatur an. Der Einfachheit halber betrachten wir nur drei verschiedene Baumringgrößen: klein bezeichnet als S, mittel bezeichnet als M und groß bezeichnet als L. Dann kann der Zusammenhang zwischen jährlicher Durchschnittstemperaturen und Baumringgrößen mit der folgenden Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} & S & M & L \\ H & 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ C & 0.75 & 0.2 & 0.05 \end{bmatrix}$$

Die Anfangswahrscheinlichkeiten der jährlichen Durchschnittstemperatur sind

$P(z_1 = H | z_0) = P(z_1 = C | z_0) = 0.5$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Folge von beobachteten Baumringgrößen (S,M,M,L).

44) HMM-I. - Teil der DNA eines Gens

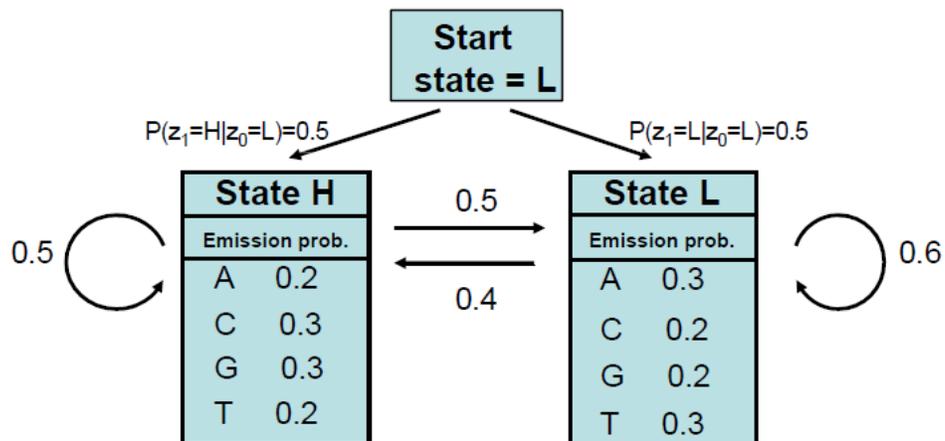


Abbildung 1: HMM-Modell einer Nukleotid Quelle

Betrachten wir das HMM-Modell einer Nukleotid Quelle in Abbildung 1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Nukleotid Folge (AAATT).