

Theoretische Informatik, Übung (108.037)

11. Mai 2012

26. Bestimmen Sie eine konjunktive und eine disjunktive Normalform für folgende Formeln:

(a) $((X \supset Y) \supset (Z \supset X)) \supset X \supset X$

(b) $\neg(X \supset Y) \supset (\neg Y \vee (Z \supset X)) \wedge Z$

(c) $X \wedge (Y \vee \neg Z) \vee Z \wedge (\neg Y \vee X)$

27. Welche der Begriffe *gültig* / *erfüllbar* / *nicht gültig* / *unerfüllbar* treffen auf nachfolgende Formeln zu?

(a) $(X \supset Y) \supset ((X \supset Z) \wedge Z)$

(b) $(X \supset Y) \supset ((X \supset Z) \vee X)$

(c) $(X \vee \neg X) \supset (\neg(X \vee \neg X) \wedge (X \vee Y \vee Z))$ (Begründung!)

28. Welche der nachfolgenden Hornformeln sind erfüllbar?

(a) $(X1 \Rightarrow X2) \wedge (1 \Rightarrow X4) \wedge (X4 \wedge X2 \Rightarrow X5) \wedge (1 \Rightarrow X1) \wedge$
 $(X1 \wedge X2 \wedge X3 \Rightarrow X6) \wedge (X6 \Rightarrow X7) \wedge (X5 \wedge X6 \Rightarrow 0) \wedge (1 \Rightarrow X3)$

(b) $(X1 \Rightarrow X2) \wedge (1 \Rightarrow X4) \wedge (X4 \wedge X2 \Rightarrow X5) \wedge (1 \Rightarrow X1) \wedge$
 $(X1 \wedge X2 \wedge X3 \Rightarrow X6) \wedge (X6 \Rightarrow X7) \wedge (X5 \wedge X6 \Rightarrow 0) \wedge (1 \Rightarrow X7)$

29. Welche der Begriffe *gültig* / *erfüllbar* / *nicht gültig* / *unerfüllbar* treffen auf nachfolgende Formeln zu?

(a) $(\forall x)(\exists y)(A(x) \wedge \neg A(y)) \wedge (\forall z)(A(z) \vee \neg A(z))$

(b) $(\forall x)(\exists y)P(x, y) \supset (\exists y)(\forall x)P(x, y)$

(c) $(\exists y)(\forall x)P(x, y) \supset (\forall x)(\exists y)P(x, y)$ (Begründung!)

30. Geben Sie eine Herbrand Disjunktion für folgende Formel an:

$$(\exists x)(P(f(f(x))) \supset P(x)).$$

31. Leiten Sie in **LK** her:

$$A \supset B, B \supset C \longrightarrow A \supset C \vee D.$$

32. Leiten Sie in **LK** her:

$$\neg(A \supset B), A \supset C \longrightarrow \neg(C \supset B).$$

33. Leiten Sie in **LK** her:

$$\longrightarrow ((\forall x P(x) \supset \exists x Q(x)) \wedge \neg \exists x Q(x)) \supset \neg \forall x P(x).$$

34. Leiten Sie in **LK** her:

$$\exists x P(x) \longrightarrow \forall x (P(x) \supset Q(x)) \supset \exists x Q(x).$$

35. Beschreiben Sie die schnittfreien Herleitungen von

$$P(0), \forall x (P(x) \supset P(f(x))) \longrightarrow P(f^{2^n}(0))$$

wobei $f^0(t) \equiv t, f^{n+1}(t) \equiv f(f^n(t))$. Gibt es kurze (d.h. polynomiale) Herleitungen mit Schnitt?

36. Geben Sie eine Klauselform für nachfolgende Formel an:

$$(X \wedge \neg Y \wedge Z) \vee (\neg X \wedge Y \wedge \neg Z).$$

37. Geben Sie eine strukturelle Klauselform für nachfolgende Formel an:

$$(X \supset Y) \supset Z.$$

38. Widerlegen Sie folgende Klauselmengen durch Resolution:

$$\{P, \neg P \vee \neg Q \vee R, \neg P \vee \neg Q \vee \neg R, Q \vee R, \neg Q \vee R, Q \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R\}$$

39. Widerlegen Sie die Hornformeln von Aufgabe (28) als Klauselmengen aufgefasst durch Resolution sofern sie widerlegbar sind.

40. Widerlegen Sie folgende Klauselmengen durch Resolution:

$$\{\neg U \vee V \vee W, \neg U \vee \neg V \vee W, \neg U \vee V \vee \neg W, \neg V \vee \neg W, U\}$$

Ist diese Menge durch Unit-Resolution widerlegbar?

41. Beweisen Sie mittels Resolution:

$$((A \wedge B \wedge C) \supset \neg(A \wedge B \wedge C)) \supset \neg(A \wedge B \wedge C).$$

42. Beweisen Sie mittels Resolution:

$$((A \supset B) \wedge (B \supset C) \wedge (C \supset D) \wedge (D \supset E)) \supset (A \supset E)$$

43. Geben Sie für folgende Formel ein Termmodell an:

$$P(0) \wedge \forall x(P(x) \supset P(s(x))).$$

44. Berechnen Sie einen allgemeinsten Unifikator oder zeigen Sie dass es keinen Unifikator gibt:

(a) $f(h(z), x, f(x, y, z))$ und $f(y, h(y), u)$

(b) $f(h(z), x, h(x))$ und $f(y, h(y), z)$

(u, x, y, z Variablen)

45. Widerlegen Sie nachfolgende Klauselmengen oder geben Sie ein Termmodell an:

(a) $\{P(0), \neg P(x) \vee P(f(x)), \neg P(f(f(0)))\}$

(b) $\{P(0), \neg P(x) \vee P(f(x))\}$ (0 Konstante)

46. Widerlegen Sie nachfolgende Klauselmengen:

$$\{\neg P(x) \vee \neg P(y), P(0) \vee Q(0), \neg Q(x) \vee \neg Q(y)\} \quad (0 \text{ Konstante})$$

47. Widerlegen Sie folgende Klauselmengen:

$$\{\neg P(x, y, z) \vee P(y, x, z), \neg P(x, y, z) \vee P(z, y, x), \neg P(x, y, z) \vee P(x, z, y), P(A, B, C), \neg P(C, A, B)\}$$

(A, B, C Konstanten)

48. Bestimmen Sie eine Klauselform von

$$\neg(\forall x \exists y P(x, y) \supset \forall x \exists u \forall v (P(x, u) \wedge P(u, v))).$$

49. Bestimmen Sie eine Klauselform von

$$\neg(\exists x \forall y \exists z (P(x) \wedge (P(y) \vee P(z)) \supset \exists x \forall y \exists z (P(x) \wedge (P(y) \vee P(z))))).$$

50. Beweisen Sie mittels Resolution:

$$(\forall x(P(x) \supset Q(x)) \wedge \exists x P(x)) \supset \exists x Q(x).$$