

---

Gerhard Kahl & Bianca M. Mladek  
**STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)**  
**8. Tutoriumstermin (8.6.2012)**

---

**T25.** Gegeben ist ein quantenmechanisches Teilchen. Der Hamilton-Operator, der das System beschreibt, ist der Operator eines drei-dimensionalen harmonischen Oszillators; die Einteilchenenergieeigenwerte sind also durch

$$E_{n_1, n_2, n_3} = \hbar\omega \left( n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2} \right)$$

gegeben.

Berechnen Sie

- (i) die Zahl der Zustände in einem festen Energieniveau  $E$ ;
- (ii) die Zahl der Energieniveaus im Intervall  $[E, E + \Delta]$ .

**T26.** Leiten Sie

$$(\Delta n_{\mathbf{i}})^2 = -k_B T \frac{\partial \langle n_{\mathbf{i}} \rangle_g}{\partial \epsilon_{\mathbf{i}}}$$

für die Schwankungen  $\Delta n_{\mathbf{i}}$  der Besetzungszahlen  $n_{\mathbf{i}}$  eines idealen Quantensystems im großkanonischen Ensemble ab. Dabei ist

$$(\Delta n_{\mathbf{i}})^2 = \langle n_{\mathbf{i}}^2 \rangle_g - \langle n_{\mathbf{i}} \rangle_g^2$$

und  $\mathbf{i} = [\mathbf{k}, m_s]$  steht für den Satz von Quantenzahlen eines Einteilchenzustands. Bestimmen Sie außerdem die relative Schwankung  $(\Delta n_{\mathbf{i}})^2 / \langle n_{\mathbf{i}} \rangle_g^2$  für ein ideales Fermi- und ein ideales Bosesystem.

**T27.** Gegeben ist ein ideales Bose-Gas, dessen Teilchen die Energie-Impuls-Beziehung  $\epsilon = c|\mathbf{p}|$  aufweisen;  $\mathbf{p}$  kann dabei als kontinuierliche Größe aufgefaßt werden. Berechnen Sie  $PV$ ,  $\langle N \rangle_g$  und  $\langle E \rangle_g$  und stellen Sie eine Beziehung zwischen  $PV$  und  $\langle E \rangle_g$  her.

**Hinweise:** gehen Sie von der ersten Formel auf Seite 3 der Folien zum Kapitel 6 aus.  $g$  können sie 1 setzen, die diskrete Summe wird durch ein Integral über  $\mathbf{p}$  ersetzt, durch die 'Variablentransformation' entsteht ein zusätzlicher Faktor  $V$  und eine Konstante  $C$ , die für die richtige Dimension von  $J$  sorgt.