

---

**Gerhard Kahl & Florian Libisch**  
**STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)**

**8. Tutoriumstermin (14.6.2019)**

---

**T26** Betrachten Sie ein Gas ultrarelativistischer Fermionen, für das relativistische Effekte dominieren. Die Ein-Teilchen-Energien lauten dann  $\epsilon(\mathbf{p}) \approx cp$ . Hinweis: Verwenden Sie die Funktion  $f_\nu(z)$  mit geeignetem  $\nu$ .

- (a) Berechnen Sie die Zustandsdichte  $D(\epsilon)$ .
- (b) Für nichtrelativistische Fermionen gilt  $E = 3/2 \cdot pV$ . Zeigen Sie dass im Fall ultrarelativistischer Fermionen statt dessen  $E = 3pV$  gilt.
- (c) Berechnen Sie [bis zur Ordnung  $(T/T_F)^2$ ] die Temperaturabhängigkeit des chemischen Potentials  $\mu$  bei konstanter Teilchenzahl.
- (d) Berechnen Sie [bis zur Ordnung  $(T/T_F)^2$ ] die Temperaturabhängigkeit der Energie  $E$ .
- (e) Berechnen Sie [bis zur Ordnung  $(T/T_F)^2$ ] die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität  $c_V$ .

**T27.** Betrachten Sie ein ideales Fermigas in einem kugelförmigen Behälter mit Radius  $R$ .

- (a) Berechnen Sie den Druck des Fermigases im limes kleiner  $T$ . Drücken Sie Ihr Ergebnis mittels des Erwartungswertes der Teilchenzahl  $\langle N \rangle_g$  aus. Welches Prinzip liegt dem Druck des Fermigases zugrunde?
- (b) Berechnen Sie für gegebenes  $\langle N \rangle_g$  die mittlere kinetische Energie des Fermigases als Funktion des Behälterradius  $R$ .
- (c) Berechnen Sie klassisch die Gravitationsenergie eines Sternes konstanter Dichte als Funktion seines Radius unter der Annahme, dass der Stern kugelförmig ist.
- (d) In einem Neutronenstern werden durch die hohe Gravitation die Elektronen in die Atomkerne gedrückt, bis eine Kugel aus hochkomprimierten Neutronen entsteht. Schätzen Sie mit Hilfe Ihrer obigen Resultate den Radius eines Neutronensterns als Funktion seiner Masse ab. Was ergibt sich in etwa für eine Sonnenmasse?

**T28** Betrachten Sie ein zweidimensionales Fermigas mit linearer Dispersionsrelation  $\epsilon = \hbar v_F |\vec{k}|$ .

- (a) Drücken Sie das chemische Potential als Funktion der Teilchenzahl aus.
- (b) Betrachten Sie einen Plattenkondensator mit Kapazität  $F$  und Fläche  $A$ . Eine der zwei Platten besteht aus Graphen, einem zweidimensionalen Kristall, dessen Bandstruktur näherungsweise der gegebenen Dispersionsrelation entspricht ( $v_F \approx 10^6$  m/s). Das Dielektrikum besteht aus 300 nm dickem  $\text{SiO}_2$  (relative Dielektrizitätskonstante  $\epsilon \approx 4$ ). Berechnen Sie das chemische Potential in Ordnung  $(T/T_F)^2$  als Funktion der an den Plattenkondensator angelegten Spannung  $U$ . Welcher Wert (in Elektronvolt) ergibt sich für  $U = 20$  V im Limes  $T = 0$ ?
- (c) Berechnen Sie den elektronischen Anteil der Wärmekapazität der Graphen-Schicht für niedrige Temperaturen.