
4. Plenum zur Quantentheorie II

Wintersemester 2022/2023

PLENUM: Donnerstag, 01.12.2022

1. Zitterbewegung und der Darwin Term

Wir betrachten zunächst ein freies Teilchen, das durch die Dirac-Gleichung beschrieben werden kann:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H}_D \psi \quad \text{mit} \quad \hat{H}_D = c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta mc^2$$

- Schreiben Sie die Bewegungsgleichung des Positionsoperators im Heisenberg-Bild an.
- Bestimmen Sie die Zeitentwicklung des Positionsoperators und interpretieren Sie die Effekte der verschiedenen Beiträge im Vergleich mit der klassischen Erwartung.
- Schätzen Sie die Veränderung eines Potentialterms V im Hamiltonoperator ab, wenn ein Teilchen um seine klassisch erwartete Position oszilliert. Bringen Sie das Ergebnis mit **b)** in Beziehung (\rightarrow "Zitterbewegung").
- Betrachten Sie nun eine stationäre Dirac-Gleichung für ein Teilchen in einem Potential V . Trennen Sie die Dirac-Gleichung in "obere" (ϕ) und "untere" (χ) Komponenten auf. Finden Sie jenen Term, der der Ursprung des Darwin-Terms ist, indem Sie $E = mc^2 + \epsilon$ für kleine ϵ in der Dirac-Gleichung entwickeln. Der Darwin-Term ist gegeben durch:

$$H_{\text{Darwin}} = \frac{\hbar^2}{8m^2c^2} \Delta V.$$