Lösungen der Übungsbeispiele – Repetitorium 3

Nenne die SI – Präfixe zu 10^{-6} 10^{9} 10^{-12} 10^{3}

µ G p k

Nenne die Zehnerpotenzen zu kilo, piko, nano, giga, mega

10^{3} 10^{-12} 10^{-9} 10^{9} 10^{6}

Wie viel sind (Ergebnis auch in SI – Präfixen) k/m n · G k · M p · T µ/k

M 1 G 1 n

Ändert sich die Ausgangsspannung einer idealen Spannungsquelle unter wechselnder Belastung?

Nein

Welches Problem verhindert die technische Realisierung einer idealen Spannungsquelle grundsätzlich?

Bei niedrigen Lastwiderständen steigt der Strom über alle Grenzen.

Ändert sich der Ausgangsstrom einer idealen Stromquelle unter wechselnder Belastung?

Nein

Welches Problem verhindert die technische Realisierung einer idealen Stromquelle grundsätzlich?

Bei hohen Lastwiderständen steigt die Spannung über alle Grenzen.

Nenne und charakterisiere die drei Arten von Aufbauten, die chemische Energie in elektrische umwandeln.

Primärbatterien: Irreversible Erzeugung elektrischer Energie durch Umwandlung aus chemischer Energie: Eine chemische Reaktion wird so gestaltet, dass die notwendigen Ladungsträger über eine äußere Verbindung fließen müssen.

Sekundärbatterien = Akkumulatoren: Die reversible Erzeugung elektrischer Energie durch Umwandlung chemischer Energie: Eine chemische Reaktion wird so gestaltet, dass die notwendigen Ladungsträger über eine äußere Verbindung fließen müssen. Zum Unterschied von den nur einmal verwendbaren Primärbatterien sind Sekundärbatterien so gebaut, dass die Umwandlung von chemischer in elektrische Energie reversibel ist. Diesen Vorgang nennt man Aufladung.

Brennstoffzellen sind galvanische Zellen, die die chemische Reaktionsenergie eines kontinuierlich zugeführten Brennstoffes und eines Oxidationsmittels in elektrische Energie umwandelt. Wesentlich ist die kontinuierliche Zuführung der Reaktionsmittel im Gegensatz zu den Batterien, bei denen die Reaktionsmittel fix im Batteriebehälter aufbewahrt sind.

Nenne vier grundlegenden Energieformen, aus denen technisch in einem Schritt elektrische Energie hergestellt wird.

mechanische Energie (beispielsweise mittels Bandgeneratoren oder magnetischen Generatoren)
chemische Energie (mittels Batterien, Akkumulatoren und. Brennstoffzellen)
Lichtenergie (mittels photovoltaischer Zellen (Solarzellen))
Wärmeenergie (mittels thermoelektrischen Generatoren auf der Basis des Seebeck – Effektes)

Nenne die technische Stromrichtung. Ist diese von der jeweiligen speziellen Art des Ladungstransportes abhängig?

Von Plus nach Minus.

Die technische Stromrichtung ist von der jeweiligen speziellen Art des Ladungstransportes unabhängig.

Auf welches Problem ist zu achten, wenn mehrere Geräte verschaltet werden, bei denen die Masse mit der Erde verbunden ist?

Bei Geräten mit Netzanschluss mit Erdanschluss kann die Masse mit der Erde verbunden sein, muss aber nicht. Wichtig ist, dass bei netzbetriebenen Oszilloskopen die Masse mit der Erde verbunden ist. In der Konsequenz kann es geschehen, dass der Anschluss von zwei Geräten, bei denen die Masse intern mit der Erde verbunden ist, an einen Aufbau zu einem Kurzschluss führen kann!

Auf welche Art wird der Widerstandswert eines realen Widerstandes gekennzeichnet?

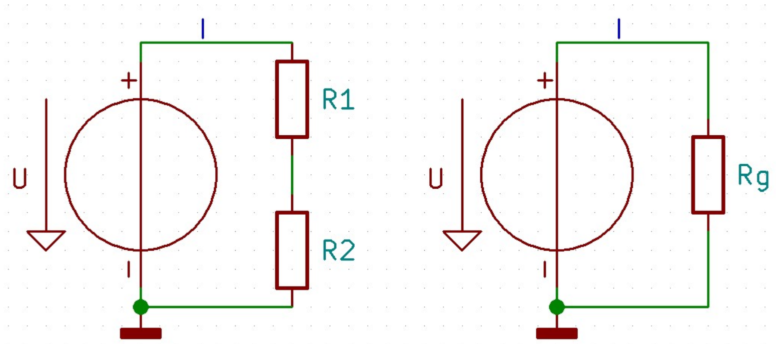
Mit einem umlaufenden Aufdruck von Farbkennringen.

Nenne die beiden wichtigsten Kennwerte eines realen Widerstandes!

Widerstandswert [Ω] und Belastbarkeit [W]

Leite die Gesetze der Serien- und Parallelschaltung zweier Widerstände aus den elektrotechnischen Grundgesetzen ab.

Die Serienschaltung: Dazu interessiert uns, wie sich die Serienschaltung von zwei oder mehr Widerständen durch einen einzelnen Widerstand ersetzen lässt.



Wir wollen also die Serienschaltung von R_1 und R_2 im linken Schaltbild durch den Einzelwiderstand Rg im rechten Schaltbild ersetzen, wobei die elektrischen Eigenschaften der Schaltung erhalten bleiben sollen.

Die wesentliche elektrische Eigenschaft der Schaltung ist offenbar der Strom I. Wir wenden Kirchhoff 2 an: Die Summe der Teilspannungen an R_1 (nennen wir sie U_1) und R_2 (nennen wir sie U_2) müssen gleich der Gesamtspannung U sein. Andererseits müssen die beiden Teilspannungen dem Ohmschen Gesetz genügen. Also:

$$U = U_1 + U_2$$

$$U_1 = I \cdot R_1$$

$$U_2 = I \cdot R_2$$

$$U = I \cdot R_g$$

Einsetzen

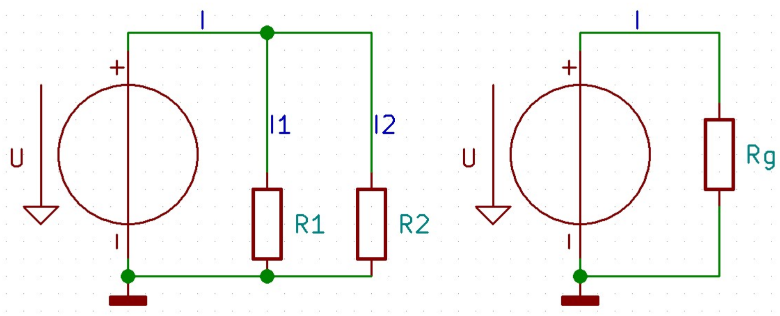
$$I \cdot R_g = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

Durch I kürzen

$$R_g = R_1 + R_2$$

Konsequenz: Werden Widerstände in Serie geschaltet, so ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Einzelwiderstände: Rges = ∑ Ri

<u>Die Parallelschaltung</u>: Dazu interessiert uns, wie sich die Parallelschaltung von zwei oder mehr Widerständen durch einen einzelnen Widerstand ersetzen lässt.



Wir wollen also die Parallelschaltung von R_1 und R_2 im linken Schaltbild durch den Einzelwiderstand Rg im rechten Schaltbild ersetzen, wobei die elektrischen Eigenschaften der Schaltung erhalten bleiben sollen.

Die wesentliche elektrische Eigenschaft der Schaltung ist wiederum der Strom I. Wir wenden Kirchhoff 1 an: Die Summe der Teilströme durch R_1 (nennen wir ihn I_1) und R_2 (nennen wir ihn I_2) müssen gleich dem Gesamtstrom I sein. Andererseits müssen die beiden Teilströme dem Ohmschen Gesetz genügen. Also:

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$I = \frac{U}{R_g}$$

Einsetzen

$$\frac{U}{R_g} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

Durch U kürzen

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

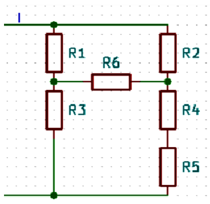
Daraus ergibt sich, dass der Kehrwert des Gesamtwiderstandes gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände ist:

$$\frac{1}{Rges} = \sum \frac{1}{Ri}$$

Berechne den Gesamtwiderstand dieses Netzwerkes:

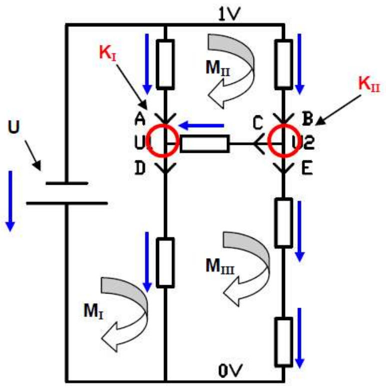
Alle Widerstände haben den Wert R.

Hinweise: Schließe eine Spannungsquelle an. Zeichne zuerst die Ströme und dann die Teilspannungen ein. Beide Kirchhoffschen Gesetze beachten! Da Du nicht weißt, welche Richtung die Ströme haben, machst Du das willkürlich, das kürzt sich später heraus. Im Endeffekt bekommst Du fünf Gleichungen in fünf Unbekannten. Entweder mit Gauß oder über die inverse Matrix (wie ging das denn gleich… $\vec{x} = A^{-1} \cdot \vec{b}$) lösen. Das korrekte Ergebnis ist übrigens 13 R /11.



Variante 1: Da alle Schaltelemente linear sind, erfolgt die Berechnung mittels des Superpositionsprinzips.

Schritt 1) Einzeichnen der Knoten und Maschen:



Schritt 2) Aufstellen der Gleichungen unter Berücksichtigung der Stromflüsse (blau eingezeichnet). Die Maschenlaufrichtung wurde im Uhrzeigersinn gewählt.

K_I: A + C = D
K_{II}: B = C + E
M_I: A · R + D · R – U = 0
M_{II}: B · R + C · R – A · R = 0
M_{II}: E · R + E · R – D · R - C · R= 0 →2 · E · R – D · R - C · R= 0

Der Einfachheit halber wird U = 1V gesetzt.

Schritt 3) Umschreiben in Matrixschreibweise

		A	B	C	D	E	c
I	K_I	1	0	1	-1	0	0
II	K_{II}	0	1	-1	0	-1	0
III	M_I	R	0	0	R	0	1
IV	M_{II}	-R	R	R	0	0	0
V	M_{III}	0	0	-R	-R	2R	0

Schritt 4) Lösung nach dem Gauß – Jordan – Verfahren

III, IV, V kürzen

I	1	0	1	-1	0	0
II	0	1	-1	0	-1	0
III	1	0	0	1	0	1/R
IV	-1	1	1	0	0	0
V	0	0	-1	-1	2	0

Umsortieren

I	1	0	1	-1	0	0
III	1	0	0	1	0	1/R
IV	1	-1	-1	0	0	0
II	0	1	-1	0	-1	0
V	0	0	-1	-1	2	0

III = III-I

I	1	0	1	-1	0	0
III	0	0	-1	2	0	1/R
IV	1	-1	-1	0	0	0
II	0	1	-1	0	-1	0
V	0	0	-1	-1	2	0

IV=I-IV

I	1	0	1	-1	0	0
III	0	0	-1	2	0	1/R
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	1	-1	0	-1	0
V	0	0	-1	-1	2	0

Umsortieren

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	1	-1	0	-1	0
III	0	0	-1	2	0	1/R
V	0	0	-1	-1	2	0

II = II-IV

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	-3	1	-1	0
III	0	0	-1	2	0	1/R
V	0	0	-1	-1	2	0

II=II-4*III

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	1	-7	-1	-4/R
III	0	0	-1	2	0	1/R
V	0	0	-1	-1	2	0

III=(III-V)/3

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	1	-7	-1	-4/R
III	0	0	0	1	-2/3	1/3R
V	0	0	-1	-1	2	0

V=(V+II)/-8

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	1	-7	-1	-4/R
III	0	0	0	1	-2/3	1/3R
V	0	0	0	1	-1/8	1/2R

V = (V-III)*24/13

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	1	-7	-1	-4/R
III	0	0	0	1	-2/3	1/3R
V	0	0	0	0	1	4/13R

Damit ist die obere Dreicksform erreicht, jetzt geht es mit Jordan weiter:

III = III+2/3V

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	1	-7	-1	-4/R
III	0	0	0	1	0	7/13R
V	0	0	0	0	1	4/13R

II = II + V

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	1	-7	0	-48/13R
III	0	0	0	1	0	7/13R
V	0	0	0	0	1	4/13R

II = II +7*III

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	-1	0	0
II	0	0	1	0	0	1/13R
III	0	0	0	1	0	7/13R
V	0	0	0	0	1	4/13R

IV = IV+III

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	2	0	0	7/13R
II	0	0	1	0	0	1/13R
III	0	0	0	1	0	7/13R
V	0	0	0	0	1	4/13R

IV = IV-2*II

I	1	0	1	-1	0	0
IV	0	1	0	0	0	5/13R
II	0	0	1	0	0	1/13R
III	0	0	0	1	0	7/13R
V	0	0	0	0	1	4/13R

I = I+III

I	1	0	1	0	0	7/13R
IV	0	1	0	0	0	5/13R
II	0	0	1	0	0	1/13R
III	0	0	0	1	0	7/13R
V	0	0	0	0	1	4/13R

I = I-II

I	1	0	0	0	0	6/13R
IV	0	1	0	0	0	5/13R
II	0	0	1	0	0	1/13R
III	0	0	0	1	0	7/13R
V	0	0	0	0	1	4/13R

Damit lauten die Ergebnisse:

A = 6/13R
B = 5/13R
C = 1/13R
D = 7/13R
E = 4/13R

Schritt 5) Errechnen von Rg beispielsweise aus der Summe der Ströme A und B. bezogen auf U. D + E geht natürlich genauso.

$$Rg = \frac{U}{I} = \frac{1}{A+B} = \frac{13}{6+5} = \frac{13}{11}\text{R} \approx 1{,}182\ \text{R}$$

Alternativer Lösungsweg: Da es ein lineares Netzwerk ist, kann man sowohl U = 1 als auch R = 1 wählen und den korrekten Wert für R nachträglich wieder einfügen.

Damit vereinfacht sich die Matrix zu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Mittels Mathematiksoftware A^{-1} bilden und mit $\vec{b}$ multiplizieren:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}384615385 & 0{,}153846154 & 0{,}461538462 & -0{,}153846154 & 0{,}076923077 \\ 0{,}153846154 & 0{,}461538462 & 0{,}384615385 & 0{,}538461538 & 0{,}230769231 \\ 0{,}230769231 & -0{,}307692308 & 0{,}076923077 & 0{,}307692308 & -0{,}153846154 \\ -0{,}384615385 & -0{,}153846154 & 0{,}538461538 & 0{,}153846154 & -0{,}076923077 \\ -0{,}076923077 & -0{,}230769231 & 0{,}307692308 & 0{,}230769231 & 0{,}384615385 \end{pmatrix}$$

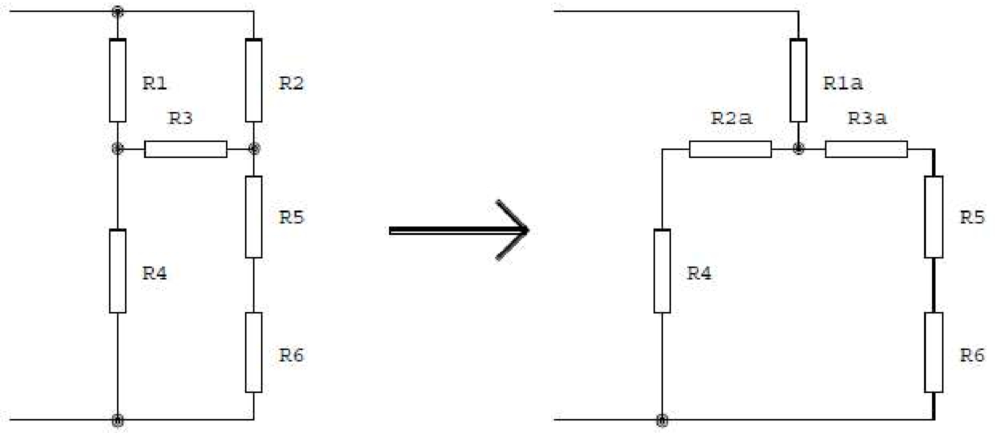
$$A^{-1} \cdot \vec{b} \cdot 13 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{A+B} = \frac{13}{6+5} = \frac{13}{11}$$

Einfügen des vorher entfernten Faktors

$$R_g = \frac{13}{11} R$$

Variante 2: Ein anderer Lösungsansatz besteht darin, die drei „oberen“ Widerstände R1, R2 und R3 als Dreieck zu betrachten, das mit der „Dreieck-Stern-Transformation“ in die wesentlich einfach handhabbare Sternschaltung transformiert werden kann:



Die allgemeine Rechenregel ist dabei: Sternwiderstand $= \frac{\text{Produkt der Anliegerwiderstände}}{\text{Maschenumlaufwiderstand}}$

(https://de.wikipedia.org/wiki/Stern-Dreieck-Transformation)

Wegen der gleichen Widerstände im konkreten Beispiel ist daher

$$R_{1a} = R_{2a} = R_{3a} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3}$$

Der Gesamtwiderstand lässt sich damit ohne den Umweg über Ohm’sches Gesetz und Kirchhoffsche Regeln berechnen:

$$R_g = R_{1a} + (R_{2a} + R_4) \parallel (R_{3a} + R_5 + R_6) = \frac{R}{3} + \left(\frac{R}{3} + R\right) \parallel \left(\frac{R}{3} + R + R\right)$$

$$R_g = \frac{R}{3} + \left(\frac{4R}{3}\right) \parallel \left(\frac{7R}{3}\right) = \frac{R}{3} + \frac{28R}{33} = \frac{13R}{11}$$