

#### 4. UE Mathematik 3, 2.5.2014

1. Bestimmen Sie möglichst allgemeine explizite Lösungen der Gleichungen

- (a)  $u_x + u_y = 0$ .
- (b)  $2yu_x - xu_y = 0$ .

Bestimmen Sie außerdem jeweils 3 konkrete Lösungen der Differentialgleichungen.

Hinweis zu (b): Erweitern Sie die beiden Charakteristikenungleichungen mit  $y(t)$  bzw.  $x(t)$ .

2. Bestimmen Sie möglichst allgemeine explizite Lösungen der Gleichungen

- (a)  $2u_x - e^x u_y = 0$ .
- (b)  $(1+x)u_x - (1+y)u_y = 0$

Bestimmen Sie außerdem jeweils 3 konkrete Lösungen der Differentialgleichungen.

3. Gegeben sei das Sturm-Liouvillesche Eigenwertproblem

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0.$$

Bestimmen Sie zunächst die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung. Bestimmen Sie anschließend alle Eigenwerte und Eigenfunktionen für die Randwerte

- (a)  $y(0) = y(1) = 0$ .
- (b)  $y'(0) = y(1) = 0$ .
- (c)  $y'(0) = y'(1) = 0$ .

4. Gegeben sei das Randwertproblem

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad y'(0) = y(\pi) = 0.$$

Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen. Entwickeln Sie außerdem die auf  $[0, \pi]$  definierte Funktion

$$f(x) = 1 + 3 \sin(2x)$$

nach den Eigenfunktionen des Randwertproblems.

5. Gegeben sei das Randwertproblem

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad y'(0) = y'(2) = 0.$$

Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen. Entwickeln Sie außerdem die auf  $[0, 2]$  definierte Funktion

$$f(x) = \sin(4\pi x)$$

nach den Eigenfunktionen des Randwertproblems.