5. UE Mathematik 3, 14.5.2014

1. Gegeben ist die Gleichung
$$yu_x + xu_y = 0.$$
Entscheiden Sie ob es eine Lösung $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gibt, welche $u(x,1) = 3x^4 + x^2$ erfüllt.

2. Lösen Sie mithilfe der d'Alembert'schen Darstellung:
$$\begin{aligned} u_{tt} &= 9u_{xx} \\ u(x,0) &= |x|^3 \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R} \\ u_t(x,0) &= \cos x \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$
Welche Lösung erhalten Sie für die Anfangsbedingungen $u(x,0) = |x|^3$ und $u_t(x,0) = 0$?

3. Lösen Sie mithilfe der d'Alembert'schen Darstellung:
$$\begin{aligned} u_{tt} &= 4u_{xx} \\ u(x,0) &= x^{-2} \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R} \\ u_t(x,0) &= 3x \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$
Welche Lösung erhalten Sie für die Anfangsbedingungen $u(x,0) = 0$ und $u_t(x,0) = 3x$?

4. Lösen Sie mithilfe der d'Alembert'schen Darstellung:
$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx} \\ u(x,0) &= x^2 e^{-x^2} + \frac{1}{1+x^2} \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R} \\ u_t(x,0) &= 4x^2 \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

5. Eine partikuläre Lösung der inhomogenen Gleichung $u_{tt} = 9u_{xx} + e^{t-x}$ ist gegeben durch
$$u_p(x,t) = \frac{-1}{4}\left[e^{x-t} - e^{x+t}\right] - \frac{t}{2}e^{x-t}.$$
Bestimmen Sie eine Lösung dieser Gleichung zu den Anfangsbedingungen
$$\begin{aligned} u(x,0) &= |x|^3 \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R} \\ u_t(x,0) &= \cos x \quad \text{für} \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$