

8. **Blending problem:** The steel industry confronts another blending problem when it melts materials in high-temperature furnaces to manufacture new alloys from scrap. Fagersta AB of Fagersta, Sweden, is one of many companies that have used mathematical programming to plan this steel blending. An optimization arises each time a furnace is charged. Scrap in the available inventory is combined with pure additives to produce a blend having the required percentages of various chemical elements. It is critical to make maximum use of scrap because additives are much more expensive. Our fictitious explanatory version of Swedish steelmaking will produce a 1000-kilogram furnace charge. All steel consists primarily of iron. The added table shows the much smaller fractions of carbon, nickel, chromium, and molybdenum in the four available supplies of scrap, on which we can draw, along with the quantities held and their unit cost in Swedish kroner. It also shows the three higher-cost additives that can be used and the acceptable ranges for the resulting blend. For example, the 1000 kilograms of steel produced should contain between 0,65 and 0,75% carbon (i.e. 6,5 and 7,5 kg carbon).

	Composition (%)				Available (kg)	Cost (kr/kg)
	Carbon	Nickel	Chromium	Molybdenum		
1st scrap	0,8	18	12	0	75	16
2nd scrap	0,7	3,2	1,1	0,2	250	10
3rd scrap	0,85	0	0	0	Unlimited	8
4th scrap	0,4	0	0	0	Unlimited	9
Nickel	0	100	0	0	Unlimited	48
Chromium	0	0	100	0	Unlimited	60
Molybdenum	0	0	0	100	Unlimited	53
Minimum blend	0,65	3	1	1,1		
Maximum blend	0,75	3,5	1,2	1,3		

9. **Shift planning & Binary Variables:** A computer lab operates 10 hours per day, Monday through Friday. Two five-hour work shifts (9am-2pm and 2pm-7pm) are used for scheduling purposes and two attendants must be present during each shift. The lab currently uses 7 employees. The shifts for which each employee is unavailable are shown in the table below. Each employee must get at least two shifts. Define an MP (Mathematical Programming) Model to find a feasible schedule assignment.

Tanya	Mon & Wed (9-2)
Todd	Tue & Thu (2-7)
Terry	Tue & Thu (9-2)
Tom	Mon (9-2 and 2-7)
Thelma	Mon, Wed, & Fri (2-7)
Theo	Fri (9-2, 2-7)
Theresa	Tue, Thu, & Fri (9-2)

10. **Shift Scheduling (Staff Planning Models):** ONB (Ohio National Bank) sieht sich einem Problem zur optimalen Personalausstattung in der Erlagscheinverarbeitung gegenüber. Die Erlagscheine werden von einer(m) MitarbeiterIn auf Vollständigkeit der Daten überprüft und dann mittels eines Lesegerätes für elektronische Datenerfassungsprozesse eingelesen.

Während eines Arbeitstages werden Erlagscheine stündlich angeliefert, wobei das Volumen am frühen Nachmittag am höchsten ist. Unsere hier fiktive Version nimmt folgende angelieferte Mengen (in Tausend Stück) an:

Stunde	Ankunft	Stunde	Ankunft
11:00	10	17:00	32
12:00	11	18:00	50
13:00	15	19:00	30
14:00	20	20:00	20
15:00	25	21:00	8
16:00	28	-	-

Es ist essentiell, dass sämtliche ankommenden Erlagscheine auch noch am selben Tag eingelesen werden. ONB hat sich selbst das Ziel gesetzt, dass spätestens um 22:00 sämtliche Erlagscheine eingelesen sind und dass der Rückstand während des Tages nie mehr als 20.000 Erlagscheine ist.

MitarbeiterInnen mit zwei verschiedenen Typen eines Angestelltenverhältnis mit ONB sind für diese Arbeitsschritte vorgesehen. VollzeitmitarbeiterInnen haben eine acht Stundenschicht mit einer einstündigen Pause nach vier Arbeitsstunden. TeilzeitmitarbeiterInnen arbeiten 4 Stunden am Tag ohne Pause. Beginn einer Schicht ist stets zur vollen Stunde, also VollzeitmitarbeiterInnen können um 11:00, 12:00 oder 13:00 Uhr beginnen. Weiters ist es möglich, dass VollzeitmitarbeiterInnen, sofern diese ihre Schicht um 11:00 oder 12:00 begonnen haben, eine Überstunde verrichten.

Start	Vollzeitschichten			Teilzeitschichten							
	11	12	13	11	12	13	14	15	16	17	18
11:00	R	-	-	R	-	-	-	-	-	-	-
12:00	R	R	-	R	R	-	-	-	-	-	-
13:00	R	R	R	R	R	R	-	-	-	-	-
14:00	R	R	R	R	R	R	R	-	-	-	-
15:00	-	R	R	-	R	R	R	R	-	-	-
16:00	R	-	R	-	-	R	R	R	R	-	-
17:00	R	R	-	-	-	-	R	R	R	R	-
18:00	RN	RN	RN	-	-	-	-	RN	RN	RN	RN
19:00	RN	RN	RN	-	-	-	-	-	RN	RN	RN
20:00	O	RN	RN	-	-	-	-	-	-	RN	RN
21:00	-	O	RN	-	-	-	-	-	-	-	RN

In unserer Analysis nehmen wir an, dass der Stundenlohn für VollzeitmitarbeiterInnen €11, und der Stundenlohn für TeilzeitmitarbeiterInnen €7 ist. Jede Arbeitsstunde im Nachtdifferential (nach 18:00) wird mit einem zusätzlichem Bonus von €1 belohnt. Überstunden kosten €18 an Lohn. Die gesamten Überstunden dürfen nicht mehr als 20 Stunden ausmachen, und in jeder der beiden Schichten 11h und 12h darf maximal die Hälfte der MitarbeiterInnen Überstunden verrichten. Weiters ist zu bemerken, dass 35 Lesestationen vorhanden sind.

Es hat sich gezeigt, dass VollzeitmitarbeiterInnen schneller als TeilzeitmitarbeiterInnen arbeiten. Wir nehmen an, dass VollzeitmitarbeiterInnen 1000 Erlagscheine, TeilzeitmitarbeiterInnen 800 Erlagscheine pro Stunde bearbeiten.

Formulieren Sie ein Modell der mathematischen Programmierung zur optimalen Schichtplanung mit Lohnkostenminimierung.

11. Nehmen Sie an die Entscheidungsvariable eines Mathematischen Programmierungsmodell sei

x_{ijt} ... Hektar des Bauernhofes i verwendet mit Feldfrucht j im Jahr t .

wobei $i=1,\dots,47$; $j=1,\dots,9$; $t=1,\dots,10$ (also 47 Bauernhöfe, 9 Feldfrüchte, 10 Jahre). Die Größe (verfügbare Fläche) der einzelnen Bauernhöfe sind durch die Parameter a_i festgelegt. Verwenden Sie Index und Summationsnotation, um die folgenden Systeme von Bedingungen durch mathematische Ausdrücke in diesen Entscheidungsvariablen darzustellen, und geben Sie an, wieviele Nebenbedingungen zu jedem System gehören:

- Die verwendete Fläche pro Bauerhof kann nicht mehr als die vorhandene sein.
- Pro Jahr dürfen maximal 1000 ha Mais (Frucht $j=4$) gesät werden.
- Über die gesamte Planungsperiode (10 Jahre) gesehen muss im Schnitt mindestens ein Fünftel der Fläche mit Sojabohnen (Frucht $j = 2$) belegt werden.

12. **Operations Planning:** Sometimes a plan involves nothing more than allocation of work to operations. The Tubular Division (TP) of Babcock and Wilcox encountered just such a problem in investigating how work should be reallocated upon opening a new mill. TP manufactured steel tubing in a variety of sizes and for many different uses, including electrical power generation. At the time of the study three mills handled production. The object was to consider how a fourth mill of different configuration would affect the optimal distribution of work (and associated costs) among the mills.

The table on next page shows fictional data for existing mills 1 to 3 and one design for new mill 4, versus an array of 16 products. The products comprise of standard or high-pressure tubing; $\frac{1}{2}$ -, 1-, 2-, or 8-inch diameters; and thick and thin tube walls. The table includes the cost (in dollars) per 1000 pounds of each product according to which mill does the work, and the required processing time (in hours) per 1000 pounds produced. Missing values indicate products that cannot be manufactured feasibly at the mill indicated.

The table also shows the assumed division-wide demand for each of the 16 products in thousands of pounds per week. At present the three existing mills 1 to 3 have 800, 480, and 1280 hours per week of effective production capacity, respectively. New mill 4 is planned for 960 hours per week.

Formulate an operation planning model and use **indexed and summation notation**. For this purpose in your formulation you should use variable/parameter families and do not introduce values.

Product		Mill 1		Mill 2		Mill 3		Mill 4		Weekly Demand
		Cost	Hours	Cost	Hours	Cost	Hours	Cost	Hours	
		$c_{p,1}$	$t_{p,1}$	$c_{p,2}$	$t_{p,2}$	$c_{p,3}$	$t_{p,3}$	$c_{p,4}$	$t_{p,4}$	
Standard										
1	½ in. thick	90	0,8	75	0,7	70	0,5	63	0,6	100
2	½ in. thin	80	0,8	70	0,7	65	0,5	60	0,6	630
3	1 in. thick	104	0,8	85	0,7	83	0,5	77	0,6	500
4	1 in. thin	98	0,8	79	0,7	80	0,5	74	0,6	980
5	2 in. thick	123	0,8	101	0,7	110	0,5	99	0,6	720
6	2 in. thin	113	0,8	94	0,7	100	0,5	84	0,6	240
7	8 in. thick	-	-	160	0,9	156	0,5	140	0,6	75
8	8 in. thin	-	-	142	0,9	150	0,5	130	0,6	22
Pressure										
9	½ in. thick	140	1,5	110	0,9	-	-	122	1,2	50
10	½ in. thin	124	1,5	96	0,9	-	-	101	1,2	22
11	1 in. thick	160	1,5	133	0,9	-	-	138	1,2	353
12	1 in. thin	143	1,5	127	0,9	-	-	133	1,2	55
13	2 in. thick	202	1,5	150	0,9	-	-	160	1,2	125
14	2 in. thin	190	1,5	141	0,9	-	-	140	1,2	35
15	8 in. thick	-	-	190	1	-	-	220	1,2	100
16	8 in. thin	-	-	175	1	-	-	200	1,2	10