Operations Research Übung 2014

43. Betrachten Sie folgendes Glückspiel: für jeden Münzwurf einer unbeeinflussten Münze ist ein Euro Gebühr zu bezahlen. Das Spiel endet, wenn die Anzahl der Würfe auf Kopf und die Anzahl der Würfe auf Zahl genau um drei differieren. Ein vorzeitiges Beenden des Spiels ist nicht möglich. Am Ende des Spiels erhält man 8 Euro. Mittels Simulation ermitteln Sie den zu erwartenden Verlust/Gewinn für dieses Spiel. Berechnen Sie weiters nach jedem Simulationslauf die Standardabweichung vom Stichprobenmittel für Gewinn/Verlust.

44. Die „Precision Manufacturing Company“ überlegt eine NC Maschine anzuschaffen und hat die Auswahl auf zwei verschiedene Typen gleichen Anschaffungswertes eingeschränkt. Die Firma produziert verschiedene Produkte, wo alle sechs Minuten (deterministisch) eine Charge zur Abarbeitung anfällt. Je nach zu produzierenden Produkt umfasst die Charge 3 Stück mit Wahrscheinlichkeit 10%, 6 Stück mit 20%, 8 Stück mit 30%, 14 Stück mit 20% und 18 Stück mit 20%. Die Verteilungen der Rüst- und Prozesszeiten sind wie folgt gegeben (Rüstzeiten sind vom Produkt und somit von der Chargengröße unabhängig; wenn auch die Prozesszeiten hier mit den Rüstzeiten in einer Tabelle angeführt sind, so sind diese unabhängig voneinander zu betrachten):

NC Maschine 1			
Rüstzeit (min)	Wahrscheinlichkeit	Prozesszeit pro Stück (sek)	Wahrscheinlichkeit
1	0.1	5	0.10
2	0.2	6	0.20
3	0.4	7	0.30
4	0.2	8	0.25
5	0.1	9	0.15

NC Maschine 2			
Rüstzeit (min)	Wahrscheinlichkeit	Prozesszeit pro Stück (sek)	Wahrscheinlichkeit
1	0.05	3	0.20
2	0.15	4	0.25
3	0.25	5	0.30
4	0.45	6	0.15
5	0.10	7	0.10

Nehmen Sie an, dass die (eine) Rüstzeit für die gesamte Charge gültig ist und dass jedes Stück in einer Charge dieselbe Prozesszeit aufweist.

Simulieren Sie eine Abfolge von 10 Chargen für jede der beiden NC Maschinen. Verwenden Sie folgende Tripel von gleichverteilten Zufallszahlen – die erste für die Anzahl der Stücke in der Charge, die zweite für die Rüstzeiten und die dritte für die Prozesszeiten:

(71, 21, 50) (50, 94, 63) (96, 93, 95) (83, 09, 49) (10, 20, 68) (48, 23, 11)
(21, 28, 40) (39, 78, 93) (99, 95, 61) (28, 14, 48)

Welche NC Maschine würden Sie empfehlen, wenn beide Maschinen in der Anschaffung gleich viel kosten?

45. Es werden Zufallsbeobachtungen aus einer Verteilung mit Dichtefunktion

$$f(t) = \frac{1}{4\sqrt{t}} \quad 0 < t \leq 4$$

benötigt. Ermitteln Sie zuerst die Verteilungsfunktion und leiten Sie sodann eine Formel für Zufallsbeobachtung als Funktion der stetig gleichverteilten dezimalen Zufallszahl r aus [0,1] her.

Verwenden Sie die Kongruenzmethode mit a = 201, c = 503 und m = 1000 (also modulo 1000) sowie der Wurzel (seed) x_0 = 385, um vier zweistellige (!) Zufallszahlen r zu erzeugen, und verwenden Sie diese gleichverteilten Zufallszahlen, um vier Zufallsbeobachtungen nach obiger Dichtefunktion zu generieren. Kommen Sie bitte nicht auf die Idee, solange Zufallszahlen zu generieren, bis eine zweistellige Zahl eintritt, sondern verwenden Sie die Ziffern der dreistelligen Zufallszahlen, um Zweistellige zu konstruieren (Überlegen Sie sich, welche Ziffern sinnvoll sind!).

46. Leiten Sie die Formel für den (näherungsweisen) Zufallsgenerator für eine Normalverteilung N(μ,σ), σ^2 ist die Varianz,

$$x = \frac{\sigma}{\sqrt{n/12}} \sum_{k=1}^{n} r_k + \left(\mu - \frac{n}{2} \frac{\sigma}{\sqrt{n/12}} \right)$$

basierend auf n gleichverteilte Zufallszahlen r_k auf dem Intervall [0,1] her. (Bem: der Erwartungswert einer gleichverteilten Zufallgröße auf dem Intervall [0,1] ist 0.5; wie schaut es mit der Standardabweichung aus?).

Generieren Sie (näherungsweise) zwei Zufallsbeobachtungen aus einer Normalverteilung mit Mittelwert 2 und Standardabweichung 0,5. Verwenden Sie für jede Beobachtung 12 gleichverteilte Zufallszahlen (ich überlasse es Ihnen diese zu generieren; erzählen Sie aber in der Übung, wie Sie diese selbst berechnet / welches Programm Sie verwendet haben).