

1. **Product Mix:** The Butterfield Company makes a variety of hunting knives. Each knife is processed on four machines. Following are the processing times required: machine capacities (in hours) are 1,500 for machine 1, 1,400 for machine 2, 1,600 for machine 3, and 1,500 for machine 4.

Knife	Processing time (hr)			
	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4
A	0.05	0.15	0.10	0.05
B	0.15	0.05	0.10	0.05
C	0.20	0.10	0.05	0.20
D	0.15	0.10	0.10	0.10
E	0.05	0.10	0.10	0.05

Each product contains a different amount of two basic raw materials. Raw material 1 costs \$0.50 per ounce, and raw material 2 costs \$1.50 per ounce. There are 95,000 ounces of raw materials 1 and 100,000 ounces of raw material 2 available.

Knife	Requirements (oz/unit)		Selling Prize (\$/unit)
	Raw Material 1	Raw Material 2	
A	2	4	20.00
B	8	6	24.50
C	3	1	14.00
D	5	2	18.50
E	10	7	32.00

About a century ago the Butterfield Company has started their business producing knife C (the traditional buffalo skinning knife). To continue company's tradition at least every 300 produced knives should be a buffalo skinning knife. If the objective is to maximize profit, specify the objective function and constraints for the problem (assume that labor costs are negligible); don't solve.

2. **Blending:** The following table describes components in a petroleum refinery that can be used to blend gasoline

Component	Input Data			
	Availability (in barrels)	Octane number	Vapor pressure	Cost per barrel
Naphta	30,000	85	10	\$53
Hydrocrackate	45,000	79	4	\$48
Reformate	20,000	101	9	\$62
Alkylate	15,000	108	5	\$69

The purpose is to blend two types of gasoline, Regular and Premium, so as to minimize the overall costs required to satisfy the demand. The Regular brand consists of Naphta, Hydrocrackate, and Reformate, while Premium consists of Naphta, Hydrocrackate, and Alkylate. The total contracted demand for gasoline is 80 thousand barrels. Additionally, there a some quality restriction that have to be fulfilled:

- Regular: the octane number must be at least 87 and the vapour pressure cannot exceed 7.2.
- Premium: the octane number must be at least 91 and the vapour pressure cannot exceed 6.8.

Assume that there are no losses in the blending process and that all quantities blend linearly by quantity. Formulate a mathematical programming model.

3. **Transshipment Problem:** Betrachten Sie folgenden (fiktiven) Fall von Optimal Ovens, Incorporated (OOI). OOI produziert Küchenmikrowellen (Geräte) in den Fabriken in Wisconsin und Alabama. Fertiggestellte Mikrowellen werden per Bahn in eines der beiden Warenhäuser von OOI in Memphis und Pittsburgh transportiert, um dann an die Kunden (Handelshäuser) in Fresno, Peoria und Newark weitergeleitet zu werden. Kleinere Mengen können auch per Firmentransporter zwischen den beiden Warenlagern ausgetauscht werden. Die Aufgabe besteht nun darin, OOIs Distribution der neuen Mikrowelle E27 für das nächste Monat zu planen. Jede der beiden Fabriken produziert jeweils 1000 Mikrowellengeräte. Fresno, Peoria und Newark haben 450, 500 und 610 Geräte jeweils bestellt. Der Transfer zwischen den beiden Warenhäuser ist mit 80 Geräte limitiert; eigene Transportkosten für den Firmentransporter fallen aber nicht an (er pendelt auch so zwischen den Warenhäuser hin und her). Transportkosten pro Gerät sind wie folgt gegeben:

Von/Nach	(3) Memphis	(4) Pittsburgh
(1) Wisconsin	7	8
(2) Alabama	4	7

Von/Nach	(5) Fresno	(6) Peoria	(7) Newark
(3) Memphis	25	5	17
(4) Pittsburgh	29	8	5

Versuchen Sie die Aufgabenstellung graphisch zu skizzieren. Erstellen Sie für diese Verschiffungsproblem ein passendes Modell der mathematischen Programmierung. (Um das allgemeine Verständnis zu erleichtern, verwenden Sie bitte die angegebene Knotennotation).

4. **Layoutplanung:** In einem existierenden Lager soll ein neues automatisches Regalbedienungssystem (AS/AR) hinzugefügt werden. Dieses AS/AR System soll aus $n \geq 1$ parallelen Gängen bestehen, wo auf beiden Seiten jeweils ein Regal zur Aufnahme von Paletten installiert ist. Ein Regal ist $m \geq 1$ Reihen hoch und besteht aus jeweils k nebeneinander angeordnete Palettenabstellplätze (also Gesamt m mal k Abstellplätze).

Pro Gang ist ein Regalförderzeug (ein automatischer Staplerkran) vorgesehen, um Paletten automatisch an einem beliebigen Abstellplatz in den Regalen des Ganges einzulagern oder herauszuholen sowie Paletten zum Ausgang des Ganges zu transportieren oder von dort abzuholen.

In Summe sollen $P=2000$ Paletten gelagert werden, wobei die Ausmessung einer Palette mit der Länge w , der Tiefe d und der Höhe h normiert ist. Ein Abstellplatz soll so gestaltet

sein, dass er links und rechts sowie nach hinten einen Spielraum von jeweils 15 cm, nach oben einen Spielraum von 30 cm zulässt (hier sind die Ausmaße für das Stahlgestell des Regales bereits inkludiert). Das geplante Gebäude soll nicht höher als t Meter sein, wobei u Meter Abstand vom Regal zur Decke mindestens geben sein soll (t muss aber mindestens sechs Meter sein). Die Gangbreite soll das eineinhalbfache der Palettentiefe d sein; die Länge eines Ganges soll k Palettenabstellplätze plus einen zusätzlichen Abstellplatz sein, um eine Lade/Entladestation installieren zu können.

Die AR/AS Fläche und die Lade/Entladestationen sind durch ein Dach geschützt sowie auf drei Seiten durch eine Wand abgeschlossen. Nur die Seite, an der die Lade/Entladestationen angebracht sind bleibt offen, weil dort das restliche Warenhaus anschließt.

Die Kosten pro Regalförderzeug inklusive Lade/Entladestation (c_1), Gestellrahmen pro Abstellplatz (c_2), sowie die Konstruktionskosten pro Quadratmeter Wand (c_W), Dach (c_D), Fußboden Gang (c_G), restlicher Boden (c_B) sind gegeben (Parameter). Auch der Mindestabstand zur Decke, als auch die Ausmessung der Paletten sind vorgegeben.

Gesucht ist das Design des Lagers mit minimalen Kosten, um P Paletten einlagern zu können, wobei n , m und k sowie die Hallenlänge x (rechtwinkelig zu den Gängen), Hallenbreite y (parallel zu den Gängen) und Hallenhöhe t die Entscheidungsvariablen sind.

- Formulieren Sie ein passendes Optimierungsmodell.
- Spezifizieren Sie dann in Ihrem Modell die Parameter $w=3$, $d = 2$, und $h = 3$. Weiters setzen Sie $c_1= 14,000$ Euro, $c_2=100$ Euro, $c_W = 50$ Euro, Dach $c_D = 200$ Euro, Fußboden Gang $c_G =70$ Euro, restlicher Boden $c_B = 30$ Euro, $u = 70\text{cm}$.

5. **Allocation:** An impresario wants to put up an exhibit featuring some antique cars. The vehicles potentially available are a Bugatti, Cadillac, Cobra, Corvette, Pierce Arrow, and Studebaker. The impact of the individual vehicles has been estimated in terms of the number of people who would make a special trip to see a vehicle as 58, 37, 42, 40, 55, and 33. The budget of the organizer is \$15,000, and the costs to transport the automobiles to the venue (they are presently located at different sizes) and the costs of their insurance (depending on the vehicles' estimated value) are \$6,000, \$4,000, \$3,800, \$4,200, \$5,500, and \$3,200. The obvious idea is to choose vehicles for the exhibit, so as to maximize the impact, while staying within the budget. In addition, there are some further requirements.

- Choose at least three vehicles for the exhibit.
- If a Corvette is included in the exhibit, then a Cobra must also be included.
- If a Bugatti is not included in the show, then a Cadillac must be included.

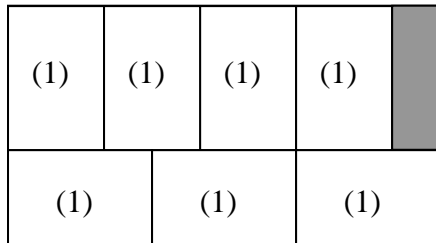
Formulate a Mathematical Programming Model.

6. **Verschnittproblem (Cutting problem):** Eine Glaserei hat folgende Bestellungen vorliegen

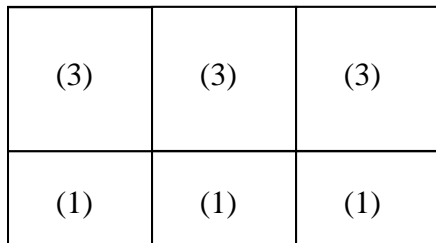
- 20 Scheiben im Format (1): 100cm x 150cm
- 30 Scheiben im Format (2): 150cm x 200cm
- 40 Scheiben im Format (3): 150cm x 150cm

die aus Glastafeln des Formats 250 cm x 450 cm geschnitten werden sollen. Die Glaserei hat einen Schneidetisch, auf dem sich die auf der Rückseite angeführten Schnittmuster realisieren lassen. Gesucht ist ein Verschnittplan, sodass der Abfall minimiert wird. Formulieren Sie ein dazu passendes Modell.

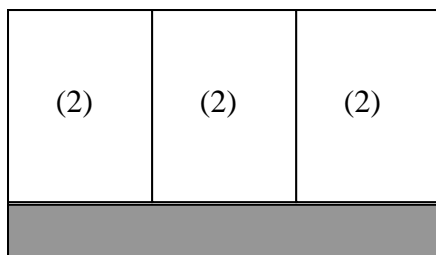
Muster A



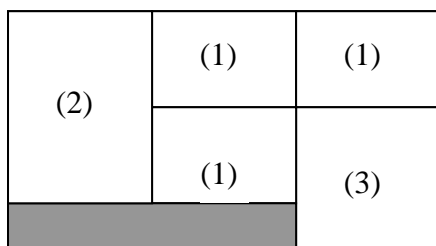
Muster B



Muster C



Muster D



Die dunklen gefärbten Flächen stellen die Abfallstücke dar.