

**101.484 VU Computernumerik**  
**106.054 UE AKNUM Computernumerik**

Übungsbeispiele zur VO 106.001 AKNUM COMPUTERNUMERIK

**106.986 UE Numerische Mathematik für LA**

Übungsbeispiele zur VO 106.942 NUMERISCHE MATH FÜR LA

**Gabriela Schranz-Kirlinger**

**TeilnehmerInnen der UE 106.001 AKNUM Computernumerik:**

Bitte bearbeiten Sie für die sechste Übung (Do 20/6 und Die 25/6/2013) **alle** vier Beispiele des 6. Kapitels (Beispiele 72 - 75) und kreuzen Sie in der Übung dann diejenigen Beispiele an, die Sie verstanden haben und auch an der Tafel nach Aufrufen vorrechnen können.

**TeilnehmerInnen der VU 101.484 Computernumerik:**

Bitte bearbeiten Sie für die sechste Übung (Do 20/6 und Die 25/6/2013) **alle** Beispiele 67 - 71 und kreuzen Sie in der Übung dann diejenigen Beispiele an, die Sie verstanden haben und auch an der Tafel nach Aufrufen vorrechnen können.

Wenden Sie sich bei Unklarheiten oder Fragen an G. Schranz-Kirlinger oder M. Noya.

67. Berechnen Sie die Lösungen der beiden Gleichungssysteme aus dem Beispiel 1.2.1 im Skriptum zur VO und berechnen Sie jeweils auch die Konditionszahlen  $\kappa_2(A)$  und  $\kappa_\infty(A)$ .
68. Berechnen Sie die LU-Zerlegung der Matrizen

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

69. Bestimmen Sie die Nullstelle  $x^*$  von

$$f(x) = x - e^{-x},$$

$x \in [0.5, 0.69]$  auf zwei Arten (Iterationsverfahren, Newtonverfahren) für verschiedene Startwerte.

70. Berechnen Sie den Wert des Interpolationspolynom zu den Stützpunkten  $(0, 2)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(2, -1)$  und  $(3, 1)$  an der Stelle  $\frac{3}{2}$
71. Berechnen Sie allgemein den Verfahrensfehler von Simpsonregel und Pulcherrima auf dem Intervall  $[a, b]$ . Weiters berechnen Sie das Integral

$$\int_{-1}^1 e^{st} dt$$

mit Hilfe der Simpsonregel und Pulcherrima für die zwei Genauigkeiten  $10^{-2}$  und  $10^{-8}$ .

**Kapitel 6: Numerische Lösung von Differentialgleichungen**

72. Zeigen Sie, dass das explizite Euler Verfahren für das Anfangswertproblem  $y'(t) = \lambda y$  mit  $y(t_0) = y_0 > 0$  die Näherungswerte  $\eta_\nu = (1 + h\lambda)^\nu y_0$  mit  $\nu \geq 0$  produziert und das implizite Euler Verfahren für dieses Problem die Näherungswerte  $\eta_\nu = \frac{1}{(1 - h\lambda)^\nu} y_0$  mit  $\nu \geq 0$  produziert.

73. Lösen Sie das Lotka - Volterra System

$$x' = x(y - 1) \quad y' = y(1 - x)$$

für  $0 \leq t \leq 14$  mit den Anfangswerten  $x(0) = 2$  und  $y(0) = 2$  in MATLAB mit einer geeigneten Routine. Verwenden Sie verschiedene Schrittweiten und stellen Sie die Lösungen in einem sogenannten Phasenporträt dar. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

74. Bestimmen Sie die numerische Lösung des Differentialgleichungssystem

$$x' = \frac{y}{x^2 + y^2} \quad y' = -\frac{x}{x^2 + y^2}$$

zu den Anfangswerten  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$  mit dem expliziten Eulerverfahren und dem klassischen 4-stufigen Runge - Kutta Verfahren 4.Ordnung. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit der analytischen Lösung  $x(t) = \cos t$  und  $y(t) = \sin t$ .

75. Betrachten Sie das Anfangswertproblem

$$y' = -50(y - \cos t) \quad y(0) = 0.997$$

auf dem Intervall  $[0, 10]$  mit der exakten Lösung

$$y = \frac{2500}{2501} \cos t + \frac{50}{2501} \sin t - \frac{6503}{250100} e^{-50t} \approx \cos(t - 0.02) - 0.0026e^{-50t}.$$

Integrieren Sie mit dem expliziten und dem impliziten Eulerverfahren mit Schrittweiten  $h = 10/n$  für  $n = 250$ , 248 und 246. Stellen Sie die Lösungen auch grafisch dar.