

---

**AKNUM Computernumerik UE 106.054**  
**Computernumerik VU 101.484**  
**Numerische Mathematik f. LA UE 106.986**

---

**5. Übungsblatt (Dienstag 17/6/2014)**

---

Bitte, bearbeiten Sie (mit MATLAB) alle 7 Beispiele und kreuzen Sie in der UE dann diejenigen Beispiele an, die Sie durchgerechnet haben und an der Tafel präsentieren können. Bereiten Sie auch den MATLAB Code auf USB Stick oder Laptop vor, sodass Sie diesen ebenfalls in der Übung vorführen können.

Wenden Sie sich bei Unklarheiten an den Übungsleiter Michael Noya (michael.noya@tuwien.ac.at) oder an G.Schranz-Kirlinger (g.schranz-kirlinger@tuwien.ac.at).

1. Leiten Sie die numerische Quadraturformel *Pulcherrima* auf zwei Arten her. Vergleichen Sie dazu im Skriptum zur Vorlesung die Herleitung der Simpsonregel. Die Gewichte können mit Hilfe von Matlab ausgerechnet werden.
2. Informieren Sie sich in der Hilfe von MATLAB unter dem Stichwort *Integration* bzw. *Quadratur*, welche Möglichkeiten zur symbolischen bzw. numerischen Berechnung eines Integrals bestehen. Berechnen Sie

$$I = \int_0^5 \left( \frac{3}{2} + \frac{3}{10}(t-2)^2 \sin((6+3\sin t)t) \right) dt$$

3. Verwenden Sie die Trapezregel und Simpsonregel, um das Integral  $\int_{-1}^1 e^{-x^2} dx$  anzunähern. Verwenden Sie  $h = \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \frac{1}{24}, \frac{1}{30}, \frac{1}{36}, \frac{1}{42}, \frac{1}{48}$  und berechnen Sie jeweils den Fehler. Plotten Sie den Fehler mittels der Funktion loglog.  
*Hinweis:* Verwenden Sie eine geeignete MATLAB Funktion als Referenzlösung.

4. Berechnen Sie mit der Gauß – Quadratur eine Näherung für das Integral

$$\int_2^4 \sin x^2 dx$$

unter Nutzung der Nullstellen des vierten orthogonalen Legendrepolynoms als Stützstellen.

5. Bestimmen Sie für die Funktion  $f(x) = e^x$  im Intervall  $[0, 1]$  Ober- und Untersummen bei einer Zerlegung von  $[0, 1]$  in 10 Teilintervalle. Bestimmen Sie den absoluten und relativen Fehler dieser Summen bezüglich des als exakt angenommenen Integralwerts. Wie groß müsste die Anzahl der Teilintervalle sein, damit der absolute Fehler kleiner als  $3 \cdot 10^{-3}$  ist?
6. Bestimmen Sie den Wert des Integrals  $\int_1^3 (-x^2 + 4x) dx$  mit der Trapezregel für  $h = 0.4$ . Wie groß wird der relative Fehler der Integralnäherung? Bestimmen Sie eine Schrittweite  $h$  so, dass mit der Trapezregel ein absoluter Fehler kleiner als  $10^{-3}$  erreicht wird.
7. Berechnen Sie das Integral  $\int_a^b \frac{3^x}{x} dx$  mit der Trapezregel und der Simpsonregel mit Schrittweite  $h = \frac{b-a}{n}$  für  $a = 1, b = 2$  und  $N = 1, \dots, 10$ .