

Übungsaufgaben 21.03.2024

- 1. Gegeben sei das **elektrostatische Feld**  $\vec{E} = (6xy, 3x^2 3y^2, 0)$ .
  - a) Man berechne das **Linienintegral** von  $\vec{E}$  vom Punkt (0, 0, 0) über den Punkt  $(x_1, 0, 0)$  zum Punkt $(x_1, y_1, 0)$ .  $(L\ddot{o}sung: \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = 3x_1^2y_1 y_1^3)$
  - b) Berechnen Sie nun das **Linienintegral** von  $\vec{E}$  vom Punkt (0, 0, 0) über den Punkt  $(0, y_1, 0)$  zum Punkt  $(x_1, y_1, 0)$ . (*Lösung:*  $\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = 3x_1^2y_1 y_1^3$ )
  - c) Vergleichen Sie die beiden Resultate! Welche physikalische Bedeutung hat das Linienintegral  $\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$ ?

Hinweis: Alle gegebenen Punkte mögen durch Geraden verbunden werden.

- 2. Thomsonsches Atommodell: Eine positive Ladung q sei homogen über eine Vollkugel mit dem Radius R verteilt. In der Mitte der Kugel befinde sich eine punktförmigen negative Ladung -q.
  - a) Berechnen Sie das **elektrische Feld**  $\vec{E}$  und das **Potential**  $\phi$  dieser Ladungsanordnung im gesamten Raum.

(Lösung: Potential im Inneren der Kugel:  $\phi(r) = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left( \frac{3}{2 \cdot R} - \frac{r^2}{2 \cdot R^3} - \frac{1}{r} \right)$ )

b) Berechnen Sie die **Energie** W, welche nötig ist, um die negative **Punktladung aus** dem Zentrum der Kugel ins Unendliche zu befördern, zunächst allgemein und dann für R = 0.53 Å (1. Bohr'scher Radius) und  $q = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C (Elementarladung). ( $L\ddot{o}sung: W = 6.53 \cdot 10^{-18}$  J)

Hinweis: Benutzen Sie das Superpositionsprinzip und das Gauß'sche Gesetz der Elektrostatik.

- 3. Gesucht sind Potential und Stärke des elektrostatischen Feldes einer kreisförmigen Platte vom Radius R=0,1 m im Abstand d=0,2 m senkrecht über dem Mittelpunkt der Platte. Die Platte trage die Ladung Q=1 µC und befinde sich im Vakuum. (*Lösung:*  $\phi=42,4$  kV,  $E=1,9\cdot10^5$  V m<sup>-1</sup>)
- 4. **Madelung-Konstante eines einfachen ionischen Systems:** Man berechne die potentielle Energie je Ion für einen unendlich langen eindimensionalen ionischen Kristall, das heißt: eine Reihe aus äquidistant angeordneten Ladungen vom Betrag *e* mit stets wechselndem Vorzeichen.

Hinweis: Die Taylor-Reihenentwicklung von  $\ln(1+x)$ , beziehungsweise die Kenntnis des Konvergenzverhaltens der alternierenden harmonischen Reihe sind hilfreich.

- 5. Bei ungestörtem schönen Wetter beträgt das senkrecht nach unten gerichtete elektrische Feld in Bodennähe  $E_1=130\,\mathrm{V\,m^{-1}}$  und in  $h=10\,\mathrm{km}$  Höhe  $E_2=4\,\mathrm{V\,m^{-1}}$ .
  - a) Berechnen Sie daraus die Flächenladungsdichte  $\sigma$  der Erdoberfläche und die (als homogen angenommene) Raumladungsdichte  $\rho$  der Atmosphäre. (*Lösung:*  $\rho = 1,12 \cdot 10^{-13} \, \mathrm{C \, m^{-3}})$
  - b) Welche **Potentialdifferenz** U herrscht zwischen Erdoberfläche und 10 km Höhe? (Lösung:  $U=670\,\mathrm{kV}$ )



Übungsaufgaben 21.03.2024

6. Gegeben sind zwei **Punktladungen**  $Q_1$  und  $Q_2$ . Es gelte:  $|Q_1| > |Q_2|$ . Weiters seien die **Vorzeichen** von  $Q_1$  und  $Q_2$  **entgegengesetzt**.  $Q_1$  befinde sich **im Ursprung**,  $Q_2$  liege **im Punkt** x = b.

- a) Man bestimme jene Punkte  $x_1$  und  $x_2$  auf der x-Achse, in denen das **Potential null** ist.
- b) Man zeige, dass auf der Oberfläche einer Kugel, welche die Punkte  $x_1$  und  $x_2$  beinhaltet und deren Mittelpunkt auf der x-Achse liegt, das Potential dieser Ladungsanordnung ebenfalls gleich null ist.