1. **Potential einer Raumladungsverteilung**: Im Raum **zwischen zwei unendlich ausgedehnten Ebenen bei $\boldsymbol{y = 0}$** und $\boldsymbol{y = b}$ befinde sich Ladung mit einer **gleichförmigen Ladungsdichte $\boldsymbol{\rho}$**. Außerhalb dieses Bereiches befinde sich **keinerlei Ladung**.
   a) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke in diesem System.
   b) Wie sieht eine zugehörige Potentialfunktion φ aus? Zeigen Sie, dass φ überall die Poisson-Gleichung erfüllt.

2. **Eigenschaften des Plattenkondensators**: Ein Plattenkondensator soll so dimensioniert werden, dass seine **Kapazität $\boldsymbol{C_1 = 100\,\mathrm{pF}}$** betrage.
   a) Man berechne die dafür nötige **Plattenfläche $\boldsymbol{A_1}$**, wenn der Plattenabstand $\boldsymbol{d_1 = 0{,}1\,\mathrm{mm}}$ beträgt. (*Lösung:* $A_1 = 11{,}29\,\mathrm{cm}^2$)

   Der Kondensator wird nun auf $\boldsymbol{U_1 = 100\,\mathrm{V}}$ aufgeladen.

   b) Wie groß ist die **Feldstärke $\boldsymbol{E}$** zwischen den Kondensatorplatten? (*Lösung:* $E = 10^6\,\mathrm{V\,m^{-1}}$)

   Der geladene Kondensator wird von der **Spannungsquelle getrennt** und ein zweiter Plattenkondensator (**Plattenfläche $\boldsymbol{A_2 = 50\,\mathrm{cm}^2}$**) wird **parallelgeschaltet**. Man beobachtet eine **Reduktion der Spannung auf $\boldsymbol{U_2 = 30\,\mathrm{V}}$**.

   c) Wie groß ist die **Kapazität $\boldsymbol{C_2}$ des zweiten Kondensators** und wie groß ist der **Plattenabstand $\boldsymbol{d_2}$**? (*Lösung:* $C_2 = 233{,}3\,\mathrm{pF},\ d_2 = 0{,}19\,\mathrm{mm}$)
   d) Berechnen Sie die in den beiden Anordnung **gespeicherte Energie**. Sind die gespeicherten Energien vor und nach der Parallelschaltung gleich? Falls nicht: wie kommt der **Energieverlust** zustande?

   Hinweis: Zwischen den Platten befindet sich Vakuum, d. h. $\varepsilon = 1$

3. Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{A} = (-y, x, 0)$.
   a) Berechnen Sie $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ und das Linienintergral $\oint \vec{A} \cdot d\vec{s}$ entlang der Kurve $x^2 + y^2 = 1,\ z = 0$.
   b) Überprüfen Sie den Satz von Stokes durch Berechnung des Flächenintegrals von $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ über die von der Kurve eingeschlossene Fläche.

4. Überprüfen Sie, ob die beiden Funktionen $f(x, y) = x^2 + y^2$ und $g(x, y) = x^2 - y^2$ der zweidimensionalen Laplacegleichung

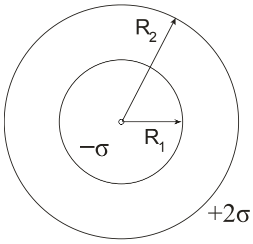
   $$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

   genügen.

   Berechnen Sie außerdem den Gradienten von $g(x, y)$ in den folgenden vier Punkten: $(0,\ 1),\ (1,\ 0),\ (0,\ -1),\ (-1,\ 0)$.

Bitte wenden ↷

5. **Geladene Zylinder**: Gegeben sind zwei **koaxiale, unendlich lange, dünnwandige und geladene Metallzylinder** der Radien $\boldsymbol{R_1}$ (Ladungsdichte $\boldsymbol{-\sigma}$ $[\mathrm{C\,m^{-1}}]$) und $\boldsymbol{R_2 > R_1}$ (doppelte positive Ladungsdichte $\boldsymbol{+2\sigma}$ $[\mathrm{C\,m^{-1}}]$).

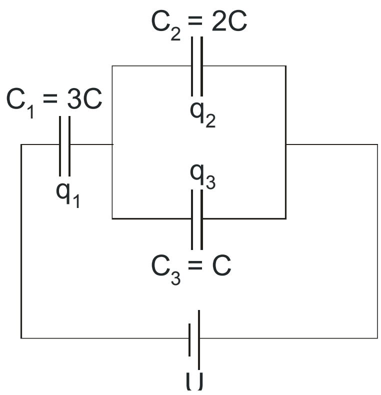


   a) Berechnen Sie und zeichnen Sie das **elektrische Feld** bei dieser Ladungsverteilung im **gesamten Raum** (Innenbereich, Außenbereich, Zwischenbereich).

   b) Berechnen Sie und zeichnen Sie das **elektrische Potential** im **gesamten Raum**.

   c) Berechnen Sie die **Kapazität pro Längeneinheit** eines **Zylinderkondensators mit analoger Geometrie**.

6. **Kondensatornetzwerk**: Drei Kondensatoren mit den **Kapazitäten** $\boldsymbol{C_1}$, $\boldsymbol{C_2}$, $\boldsymbol{C_3}$ sind angeordnet wie in der folgenden Skizze gezeigt.



   Das System ist an einer Batterie der **Spannung** $\boldsymbol{U}$ angeschlossen. Berechnen Sie die Ladungen an allen Kondensatoren ($\boldsymbol{q_1}$, $\boldsymbol{q_2}$, $\boldsymbol{q_3}$).