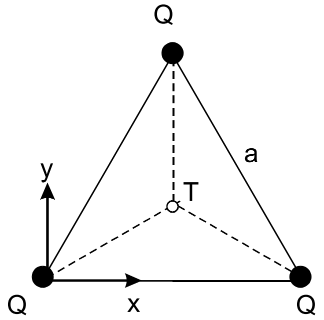
1. Im Schwerpunkt eines gleichseitigen Dreiecks, an dessen Ecken drei gleich große Ladungen $\boldsymbol{Q}$ fixiert sind, befindet sich die Ladung $\boldsymbol{T}$ (siehe Skizze).



   a) Man berechne das Potential am Ort der Ladung $\boldsymbol{T}$ sowie die potentielle Energie der Ladung $\boldsymbol{T}$. (*Lösung:* $U\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2\cdot\sqrt{3}}, 0\right) = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0} \cdot \frac{3\cdot\sqrt{3}\cdot Q}{a}$)

   b) Man berechne die potentielle Energie der Ladung $\boldsymbol{T}$, wenn diese um eine Strecke $\boldsymbol{h}$ senkrecht zur x–y-Ebene ausgelenkt wird. Welches Vorzeichen muss $\boldsymbol{T}$ in Relation zu $\boldsymbol{Q}$ haben, damit eine in Richtung der x–y-Ebene $(z = 0)$ wirkende Kraft auftritt? (*Lösung:* $W(h) = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0} \cdot \frac{3\cdot Q\cdot T}{\sqrt{\frac{a^2}{3}+h^2}}$)

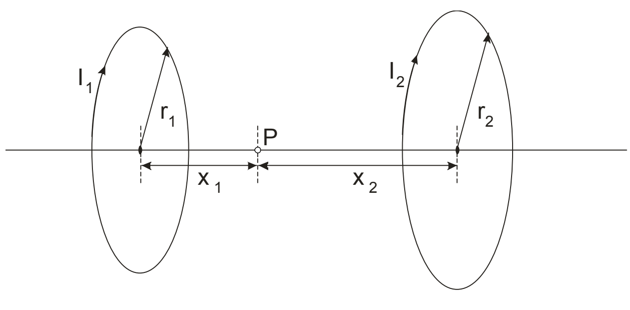
   c) Für kleine $\boldsymbol{h}$ kann die potentielle Energie von $\boldsymbol{T}$ durch ein parabolisches Potential angenähert werden. Man bestimme dieses Potential.
   (*Lösung:* $W(h) \approx \frac{3\cdot\sqrt{3}\cdot Q\cdot T}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3\cdot Q\cdot T}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{a^2}{3}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot h^2$)

   d) Für den Fall, dass es sich bei $\boldsymbol{Q}$ um Protonen und bei $\boldsymbol{T}$ um ein Elektron handelt bestimme man die Schwingungsfrequenz des Elektrons für $\boldsymbol{a = 5 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}}$.
   (*Lösung:* $f_0 = 8{,}95 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$)

2. **Energie im elektrostatischen Feld:** Zeigen Sie dass die **im elektrostatischen Feld** $\boldsymbol{\vec{E}}$ gespeicherte Energie durch $W = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \int_V |\vec{E}|^2 \cdot dV$ gegeben ist.

   Hinweis: Nehmen Sie als Quellen des elektrostatischen Feldes eine kontinuierliche Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ *an und verwenden Sie die Identität* $u\vec{\nabla}^2 u = \vec{\nabla} \cdot (u\vec{\nabla}u) - \vec{\nabla}u \cdot \vec{\nabla}u$ *für skalare Funktionen* u.

3. Zwei ebene kreisförmige Leiter mit den Radien $\boldsymbol{r_1 = 10\,\mathrm{cm}}$ und $\boldsymbol{r_2 = 15\,\mathrm{cm}}$ sind koaxial angeordnet. Sie werden von den Strömen $\boldsymbol{I_1 = 2\,\mathrm{A}}$ und $\boldsymbol{I_2 = 5\,\mathrm{A}}$ gleichsinnig durchflossen (siehe Skizze). Die beiden Ströme bewirken in ihrer Umgebung ein **Magnetfeld**.



   Man berechne die **magnetische Feldstärke** $\boldsymbol{H}$ in einem Punkt P auf der Verbindungslinie der beiden Leiter mit den Koordinaten $\boldsymbol{x_1 = 5\,\mathrm{cm}}$ und $\boldsymbol{x_2 = 10\,\mathrm{cm}}$ (siehe Skizze).
   (*Lösung:* $H = 16{,}76\,\mathrm{A\,m^{-1}}$)

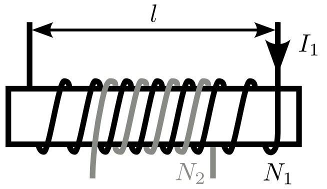
Bitte wenden ↷

4. **Endliche Magnetspule:** Wir betrachten eine Magnetspule endlicher Länge mit einer **Windungszahl n pro Längeneinheit**.

   a) Ermitteln Sie den Wert der **magnetischen Induktion B** im Mittelpunkt einer Spule, die bei einer Länge von $\boldsymbol{l = 10\,\mathrm{cm}}$ die Windungszahl $\boldsymbol{N = 20}$ und die Querschnittsfläche $\boldsymbol{A = 5\,\mathrm{cm}^2}$ besitzt und vom Strom $\boldsymbol{I = 5\,\mathrm{A}}$ durchflossen wird.
   (*Lösung:* $B = 1{,}22\,\mathrm{mT}$)

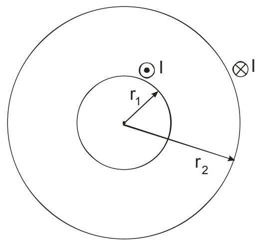
   b) Wie groß ist der gesamte durch die Spule tretende **magnetische Fluß Φ**?
   (*Lösung:* $\Phi = 610\,\mathrm{nWb}$)

5. Ein langes Solenoid ($\boldsymbol{l = 50\ \mathrm{cm}}$) mit dem Querschnitt $\boldsymbol{A = 10\ \mathrm{cm}^2}$ ist mit $\boldsymbol{N_1 = 1000}$ Windungen eines Cu-Drahtes bewickelt. Eine kleine Spule mit $\boldsymbol{N_2 = 10}$ Windungen ist in der Mitte auf die erste Spule aufgebracht (siehe Abbildung).



   Man berechne die **Gegeninduktion M** der Spulen. (*Lösung:* $M = 25{,}13\ \mu\mathrm{H}$)

6. **Zylindrische Induktivität:** Eine idealisierte Induktivität bestehe aus **zwei sehr langen, dünnen konzentrischen Zylinderschalen** mit den Radien $\boldsymbol{r_1}$ und $\boldsymbol{r_2}$ sowie der Höhe $\boldsymbol{h}$. Der innere Zylinder sei vom **Strom I_1** durchflossen, der äußere von $\boldsymbol{I_2}$. Beide Ströme seien gleich groß, $\boldsymbol{I_1}$ zeige in die Papierebene, $\boldsymbol{I_2}$ zeige aus der Papierebene (siehe Skizze).



   Die Ströme sind **gleichmäßig über die Zylinderwände** verteilt. Die **z-Achse** liege in der gemeinsamen Achse der Zylinder und zeige aus der Papierebene, die **r-Achse** stehe normal dazu.

   a) Benutzen Sie das **Ampere'sche Gesetz** zur Berechnung des **magnetischen Feldes zwischen den Zylindern**. Zeichnen Sie die Richtung des Magnetfeldes in der Skizze ein. Wie groß ist die magnetische Energiedichte zwischen den Zylinderschalen für $\boldsymbol{r_1 < r < r_2}$?

   b) Berechnen Sie die **Induktivität** des Systems unter der Beachtung der Beziehung für die **in der Induktivität L gespeicherte Energie**, $W_B = \frac{L \cdot I^2}{2}$ und unter Zuhilfenahme des in **(a)** gefundenen Ergebnisses für die magnetische Energiedichte.

   c) Berechnen Sie die **Induktivität** des Systems mit Hilfe der Formel $\varphi = L \cdot I = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$, unter Verwendung des in **(a)** berechneten $\vec{B}$-Feldes. Beachten Sie, dass Sie eine vernünftige offene Fläche zur Berechung des Flusses wählen müssen. Vergleichen Sie dieses Resultat mit dem von **(b)**. (*Lösung:* $L = \frac{\mu_0 \cdot h}{2 \cdot \pi \cdot} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$)