1. **Lösungen der Wellengleichung:** Die eindimensionale Wellengleichung für eine Funktion $\boldsymbol{u(x,t)}$ lautet:
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$
   a) Man zeige, dass $u(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$ eine Lösung der Wellengleichung ist und leite daraus einen Zusammenhang zwischen ω und k ab.
   b) Man führe $u(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$ in eine Linearkombination von Produkten aus sin- und cos-Termen über und zeige, dass diese Funktion ebenfalls die Wellengleichung erfüllt und zum selben Zusammenhang zwischen ω und k führt.

2. Eine elektromagnetische Welle im Vakuum breitet sich in z-Richtung aus und hat das elektrische Feld
$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(kz - \omega t)$$
   a) Begründen Sie mit Hilfe der Maxwell Gleichungen, warum die z-Komponente dieser Welle 0 ist.
   b) Welche Polarisation hat diese Welle?
   c) Berechnen Sie das magnetische Feld dieser Welle. (*Lösung:* $\vec{B} \propto \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}^\top$)
   d) Berechnen Sie den Poynting-Vektor dieser Welle. (*Lösung:* $\vec{S} \propto \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^\top$)

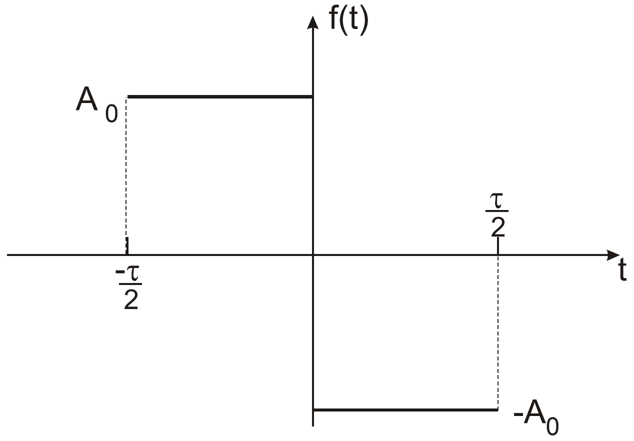
3. **Polarisierte Welle**: Eine EM Welle im Vakuum hat das elektrische Feld der Form
$$\vec{E}(r,t) = E_0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1+i \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i(kz - \omega t)}$$
   a) Zerlegen Sie diese Welle in zwei Wellen mit linearer Polarisation.
   b) Wie ist die zirkulare Polarisation definiert?
   c) Zerlegen Sie diese Welle in zwei Wellen mit zirkularer Polarisation.
   (*Lösung: Koeffizienten der Teilwellen:* $A = \frac{3-i}{2}$, $B = \frac{1+i}{2}$)

4. Ein **15 km** entfernter **50 W Radiosender** emittiere senkrecht polarisierte Radiowellen. Wie groß ist der Maximalwert der augenblicklichen Spannung, welche die Elektronen in einer lokalen Empfangsantenne erregt? (*Lösung:* $U = 632\,\mu\mathrm{V}$)
Hinweis: Die Antenne sei 20 cm lang und senkrecht aufgestellt. Vernachlässigen Sie alle Reflexionen am Boden!

5. Ein **50 m** langer, gerader Kupferdraht (spezifischer Widerstand $\boldsymbol{\rho = 1{,}7\,\mu\Omega\,\mathrm{cm}}$ mit dem Radius $\boldsymbol{r = 2\,\mathrm{mm}}$ wird von einem Strom von **30 A** durchflossen.
   a) Man berechne $\vec{\boldsymbol{E}}$ und $\vec{\boldsymbol{B}}$ an der Oberfläche des Drahtes.
   (*Lösung:* $\vec{E} = 40{,}58 \cdot \vec{e}_z\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$, $\vec{B} = 3 \cdot \vec{e}_\varphi\,\mathrm{mT}$)
   b) Unter Kenntnis von $\vec{\boldsymbol{E}}$ und $\vec{\boldsymbol{B}}$ berechne man den Poynting-Vektor $\vec{\boldsymbol{S}}$ an der Drahtoberfläche. (*Lösung:* $\vec{S} = -96{,}89 \cdot \vec{e}_r\,\mathrm{W\,m^{-2}}$)
   c) Vergleichen Sie durch den Poynting-Vektor transportierte Energie mit den Wärmeverlusten in diesem Leiter

Bitte wenden ↷

6. **Fourier-Integral:** In der folgenden Skizze ist eine Funktion $f(t)$ dargestellt.



a) Wie lautet die Definitionsgleichung von $f(t)$.

b) Berechnen Sie die **Fourier-Transformierte** $F(\omega) = A(\omega) + iB(\omega)$ der Funktion $f(t)$.

Hinweis: Führen Sie die Fourier-Transformation in komplexer Form durch! Verwenden Sie die Beziehungen $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ *und* $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$