

## 7. Tutorium

für 17.05.2024

### 7.1 Elektrostatische Energie eines Plattenkondensators

Ein Plattenkondensator bestehe aus zwei leitenden Platten mit Fläche  $A$ , die im Abstand  $L$  platziert sind. Zwischen den beiden Platten sei Vakuum. Wir nehmen an, dass die Fläche  $A$  im Vergleich zum Abstand  $L$  sehr groß sei und somit Randeffekte vernachlässigbar sind. An den Kondensator sei eine konstante elektrische Spannung  $U$  angelegt.

- Bestimme das elektrische Feld  $\vec{E}$  und das elektrostatische Potential  $\phi$  im Inneren der Platten und zwischen den Platten. Welche Flächenladungsdichte  $\sigma$  beziehungsweise Gesamtladung  $Q$  stellt sich auf den Plattenoberflächen ein?
- Bestimme die Kapazität  $C$  des Kondensators als Funktion von  $A$  und  $L$ .
- Welche elektrostatische Energie  $W$  ist im Kondensator gespeichert? Berechne  $W$  als Integral über das elektrische Feld im Zwischenraum:

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_V dV' \vec{E}(\vec{r}')^2.$$

Drücke das Ergebnis als Funktion von  $C$  und  $U$  aus.

### 7.2 Energie-Impuls-Tensor

Für verschwindende Quellen ( $j^\nu = 0$ ) bekommt man die Gleichung  $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , wobei  $T^{\mu\nu}$  der Energie-Impuls-Tensor ist. Man setze  $\nu = 0$  und bekommt

$$\partial_0 T^{00} = -\partial_i T^{i0}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

- Drücken Sie  $\partial_0 T^{00}$  und  $\partial_i T^{i0}$  durch die Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes aus.
- Verwenden Sie dann die Maxwell-Gleichungen in Dreierschreibweise, um (1) zu überprüfen.

### 7.3 Multipolmomente eines speziellen Quadrates

Wir betrachten ein Quadrat der Seitenlänge  $a$ . Die obere Hälfte (mit  $y > 0$ ) hat eine Flächenladungsdichte  $\sigma$  und die untere Hälfte (mit  $y < 0$ ) eine Flächenladungsdichte  $\varepsilon\sigma$ , wobei  $\varepsilon^2 = 1$ .

- Erwartet man für  $\varepsilon = -1$  eine Gesamtladung gleich 0 oder ein Dipolmoment gleich 0? Was für  $\varepsilon = 1$ ?
- Bestimmen Sie die Ladungsdichte  $\rho(\vec{x})$ .
- Berechnen Sie die Gesamtladung, das Dipolmoment und das Quadrupolmoment. Drücken Sie das Ergebnis durch  $a, \sigma$  und  $\varepsilon$  aus.

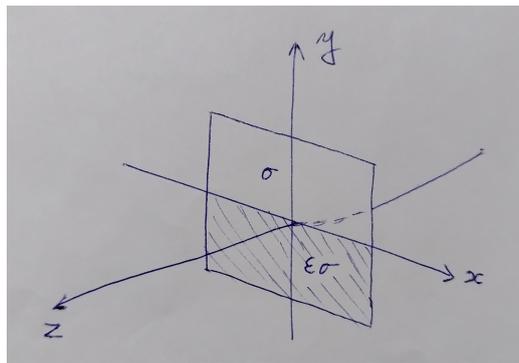


Abbildung 1: Ein spezielles Quadrat und seine Ladungsdichte

---

Ankreuzbar: 1ab, 1c, 2a, 2b, 3ab, 3c (jeweils 1 Punkt)