ATOMINSTITUT DER ÖSTERREICHISCHEN UNIVERSITÄTEN

Arbeitsbereich Kernphysik und nukleare Astrophysik

Wiedner Hauptstraße 8-10, 5.O.G.-B, A-1040 Wien

Tel +43-1-58801-14201 Fax +43-1-58801-14299 e-mail institut@kph.tuwien.ac.at

Übungen

ATOMARE UND SUBATOMARE PHYSIK

LV.Nr. 142.080

18. Berechnen Sie mit Hilfe der Wirkung der Schiebeoperatoren auf die Quarkzustände der Darstellung [3] die Matrizen $\hat{\lambda}_a$ der *SU(3)*.
Hinweis: In der Triplettdarstellung [3] der *SU(3)* gelten für die 3 Quarkzustände $\left(|q_i\rangle, i=1,2,3\right)$ die folgenden Operationen für die Schiebeoperatoren

$$\hat{T}_-|q_1\rangle = |q_2\rangle \ , \qquad \hat{T}_+|q_2\rangle = |q_1\rangle$$

$$\hat{U}_-|q_2\rangle = |q_3\rangle \ , \qquad \hat{U}_+|q_3\rangle = |q_2\rangle$$

$$\hat{V}_-|q_1\rangle = |q_3\rangle \ , \qquad \hat{V}_+|q_3\rangle = |q_1\rangle$$

$$\hat{T}_3|q_1\rangle = \frac{1}{2}|q_1\rangle \ , \qquad \hat{T}_3|q_2\rangle = -\frac{1}{2}|q_2\rangle \ , \qquad \hat{T}_3|q_3\rangle = 0|q_3\rangle \ ,$$

$$\hat{Y}|q_1\rangle = \frac{1}{3}|q_1\rangle \ , \qquad \hat{Y}|q_2\rangle = \frac{1}{3}|q_2\rangle \ , \qquad \hat{Y}|q_3\rangle = -\frac{2}{3}|q_3\rangle \ .$$

Die Schiebeoperatoren hängen wie folgt mit den Generatoren zusammen:

$$\hat{F}_1 = \hat{T}_1 = \frac{1}{2}\left(\hat{T}_+ + \hat{T}_-\right) \ , \quad \hat{F}_3 = \hat{T}_3 \ , \quad \hat{F}_5 = \frac{1}{2i}\left(\hat{V}_+ - \hat{V}_-\right) \ , \quad \hat{F}_7 = \frac{1}{2i}\left(\hat{U}_+ - \hat{U}_-\right) \ ,$$

$$\hat{F}_2 = \hat{T}_2 = \frac{1}{2i}\left(\hat{T}_+ - \hat{T}_-\right) \ , \quad \hat{F}_4 = \frac{1}{2}\left(\hat{V}_+ + \hat{V}_-\right), \quad \hat{F}_6 = \frac{1}{2}\left(\hat{U}_+ + \hat{U}_-\right) \ , \quad \hat{F}_8 = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{Y} \ .$$

19. Zeigen Sie, dass die beiden Darstellungen $[3]$ und $[\bar{3}]$ (Triplett und Antitriplett) verschiedene Darstellungen der SU(3) sind, die durch keine SU(3) Transformation übergeführt werden können.

20. Zeigen Sie, dass die kinetische Energie eines Systems von Teilchen der Masse m, deren Position durch die verallgemeinerten Koordinaten q(t) festgelegt ist, eine quadratische Funktion der verallgemeinerten Geschwindigkeiten ist.

21. Die Energie des Systems ist über die Lagrangedichte *L* gegeben,

$$E = \int dx\, H = \int dx \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\dot{\phi} - L\right].$$

Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte *L* eine Erhaltungsgröße ist, falls *L* nicht explizit von der Zeit abhängt.

22. Zeigen Sie, dass die Schrödingergleichung für die Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r},t)$ eines Teilchens der Masse m in einem Potential V über die Lagrangedichte

$$L = -\frac{1}{2i}\left(\psi^{*}\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{\partial\psi^{*}}{\partial t}\psi\right) - \frac{1}{2m}\left(\nabla\psi^{*}\right)\left(\nabla\psi\right) - \psi^{*}V\psi$$

erhalten werden kann. Hinweis L ist reel aber nicht Lorentz invariant.